ELEMENTE DE MATEMATICĂ
– UTILIZATE ÎN FIZICĂ –

1. ECUAȚIA DE GRADUL I :

Este de forma

$$ax = b$$

unde a, b sunt constante cunoscute a, b ≠ 0, a și b € R, iar x este necunoscuta. Soluția ecuației este :

$$x = \frac{b}{a}$$

2. ECUAȚIA DE GRADUL II

Este de forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

unde a, b, c sunt constante cunoscute cu a ≠ 0 și a, b, c € R, iar x este necunoscuta. Pentru a afla soluția acestei ecuații w calculează mai întâi discriminantul acestei ecuații pe care îl notăm cu Δ – delta

$\Delta = b^2 - 4ac$

În funcție de valorile pe care le poate lua Δ avem situațiile :

a) Dacă Δ > 0 ecuația are două soluții reale pe care le putem nota cu x_1 respectiv x_2

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

b) Dacă Δ = 0 ecuația are o singură soluție (se spune și că $x_1 = x_2$)

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

c) Dacă Δ < 0 atunci ecuația nu are soluții reale.

3. PUTERI ȘI RADICALI

a) $x^m = x \cdot x \cdot x \ldots x$ – de *m* ori

b) $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

c) $x^m : x^n = x^{m-n}$

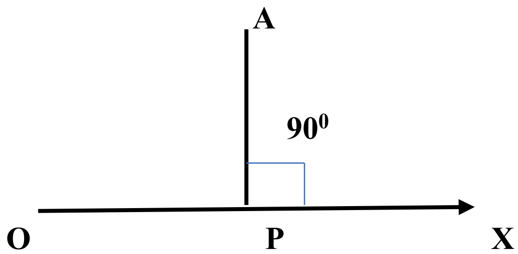
d) $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

e) $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

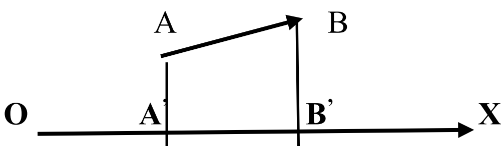
f) $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

4. **<u>PROIECȚIA UNUI PUNCT PE O AXĂ</u>** – reprezintă proiecția din acel punct pe acea axă

$\boxed{P_A\{OX\} = P}$

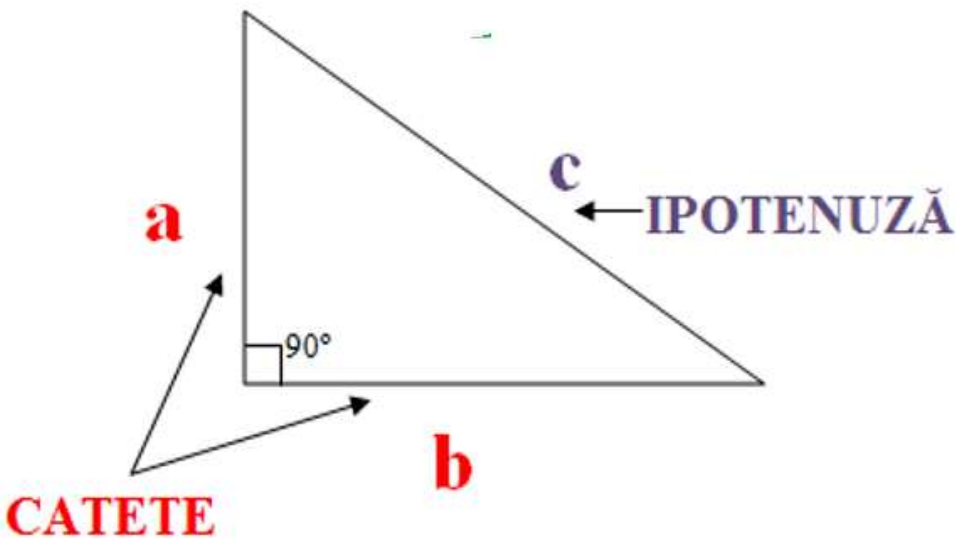


5. **<u>PROIECȚIA UNEI DREPTE PE O AXĂ</u> :** – se obține proiectînd capetele acelei drepte (A și B) pe acea axă



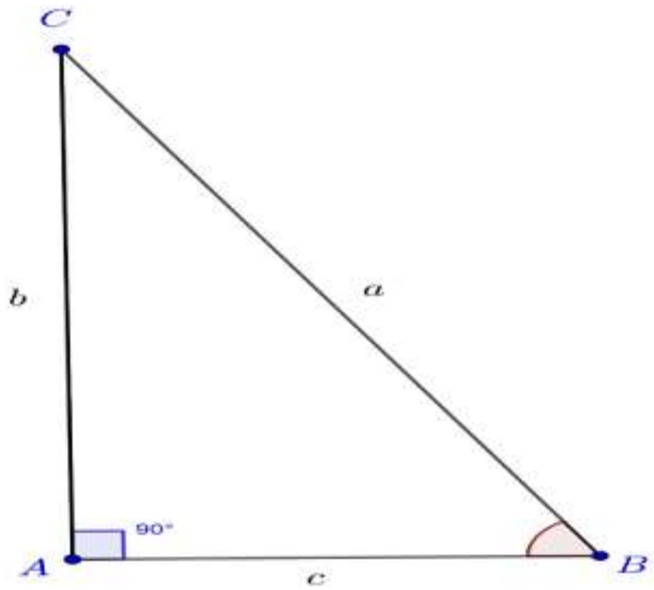
6. **<u>RELAȚII ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC</u>**

a) Teorema lui Pitagora :



$$a^2 + b^2 = c^2$$

b) Funcțiile trigonometrice în triunghiul dreptunghic :



$$\sin B = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}}$$

$$\cos B = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateta alăurată}}{\text{ipotenuză}}$$

$$\text{tg} B = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăurată}} = \frac{\sin B}{\cos B}$$

$$\text{ctg}\, B = \frac{c}{b} = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}} = \frac{\cos B}{\sin B}$$

Pentru unghiurile de 0^0,30^0,45^0,60^0,90^0 avem tabelul de mai jos :

x	0	$\frac{\pi}{6}$(30)	$\frac{\pi}{4}$(45)	$\frac{\pi}{3}$(60)	$\frac{\pi}{2}$(90)	π(180)	$\frac{3\pi}{2}$(270)	2π(360)
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tgx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
ctgx	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

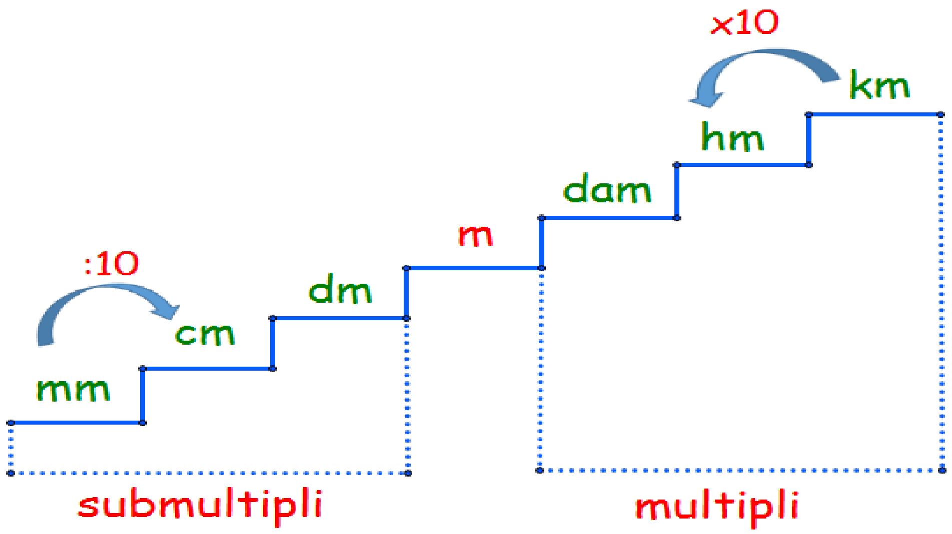
7. TRANSFORMĂRI

Mărimile fizice se împart în mărimi fizice fundamentale :

kg – kilogramul : măsoară masa unui corp
m – metrul : cu ajutorul căruia se măsoară distanțele
s – secunda : cu ajutorul căruia se măsoară timpul
C – sarcina electrică : se măsoară starea de electrizare a unui corp (coulomb)
și mărimi fizice derivate (unitățile lor de măsură se obțin din cele fundamentale).

Aceste mărimi (fundamentale sau derivate) pe lângă unitățile de măsură în sistemul internațional (cele specificate mai sus) au multiplii și submultiplii. Spre exemplu pentru lungimi (metru) multiplii și submultiplii sunt in figura de mai jos (*mm, cm, dm*, **m,** *dam, hm, km*). Cei din stânga sunt submultiplii, iar cei din dreapta sunt multiplii. După cum se vede pentru fiecare ”treaptă coborâtă” se înmulțește cu 10, iar fiecare ”treaptă urcată” se împarte cu 10.

De exemplu 1000 m este egal cu 1km pentru că a trebuit să-l împărțim pe 1000 de trei ori la 10 pentru că am ”urcat trei trepte”. La fel 1m este egal cu 100cm pentru că a trebuit să-l înmulțim pe 1 de două ori cu 10 pentru că ”am coborât două trepte”.



După cum se știe pentru suprafețe unitatea de măsură este m^2, adică metrul pătrat, iar pentru volum m^3. Pentru a transforma în multiplii și submultiplii de această dată se va împărții la 10^2 (respectiv 10^3 pentru volume) pentru fiecare ”treaptă urcată”, respectiv înmulții cu 10^2, (10^3 pentru volume) pentru fiecare ”treaptă coborâtă”.

Pentru volume se mai folosește și o altă unitate de măsură – litrul (l). Corespondența dintre această unitate de măsură ți un submultiplu al m^3 este :

$$1\ l\ (litru) = 1dm^3$$

Evident pentru a ajunge la unitatea de măsură în sistemul internațional (S.I.) litrii se transformă mai întâi în dm^3 pe urmă aceștia în m^3 – unitatea de măsură în S.I. pentru volume. Iar pentru a transforma invers din m^3 în litrii(l) se parcurge în sens invers (m^3 în dm^3 și pe urmă aceștia în litrii).

Ca și observație, aceste unități de măsură pentru distanțe nu sunt singurele. Mai există și *mila, mila marină*, *anul lumină*(un an lumină reprezintă distanța parcursă de lumină într-un an).

Pentru măsurarea timpului în S.I. se folosește secunda (s), Multiplii acesteia sunt :

1 min (minut) = 60 s (secunde)
1 h (oră) = 60 min = 3600 s

1 zi = 24h
....

8. **<u>FRACȚII</u> :** sunt de forma : $\frac{a}{b}$ cu b≠0. Practic o fracție este o operație de împărțire $a\!:b$.

Dintre operațiile cu fracții amintim :

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{c} \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Fără a avea pretenția că am trecut aici toate noțiunile de matematică utilizate în fizică reamintim că fără o cunoaștere foarte bună a aparatului matematic nu putem avea succes în învățarea fizicii (și mai ales în rezolvarea problemelor, unde partea matematică are o importanță mare).

FENOMENE MECANICE

<u>NOȚIUNI INTRODUCTIVE</u>

Fizica, ca și obiect de studiu, studiază fenomenele din natură la fel ca și alte discipline. Pentru a face o distincție între celelalte discipline și fizică se spune că ”*<u>fizica studiază fenomenele fizice din natură</u>*”. Apare astfel întrebarea firească : ce este un <u>fenomen fizic</u>? *Fenomenul fizic* este acțiunea unui corp asupra altui corp care duce la apariția unui fenomen. Spre exemplu interacțiunea dintre doi magneți duce la existența unui fenomen (fizic) magnetic. Interacțiunea dintre doi nori duce la apariția unui alt fenomen : fulgerul care este un fenomen (fizic) electric. Și exemplele pot continua.

Dacă e să dăm o definiție a fenomenelor mecanice acestea le putem definii astfel : *<u>mecanica (fenomenele mecanice) se ocupă cu studiul mișcării corpurilor.</u>* Din acest punct de vedere mecanica poate fi împărțită în trei mari capitole :

a) CINEMATICA : se ocupă cu studiul mișcării corpurilor fără să țină cont de cauzele mișcării. Aici ne vom întâlni cu noțiunea de deplasare, viteză, accelerație, etc.
b) DINAMICA : se ocupă cu studiul mișcării corpurilor ținând cont de cauzele mișcării. Aici vom întâlnii noțiunea de forță, greutate, tensiune în fir, etc.

c) STATICA : se ocupă cu studiul corpurilor în echilibru. Aici vom studia ca un caz special de echilibru repausul corpurilor, sau noțiune de echilibru de translație și de rotație, etc.

CINEMATICA

1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE (DEFINIȚII)

a) CINEMATICA – studiază mișcarea corpurilor fără să țină cont de cauzele mișcării.

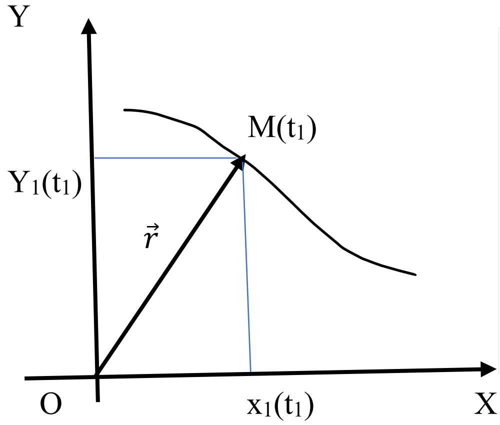
b) MIȘCAREA – reprezintă schimbarea poziției unui corp față de alt corp

c) REPAUSUL – reprezintă opusul mișcării

d) REPER sau SISTEM DE REFERINȚĂ (S.R.) – reprezintă corpul la care raportăm mișcarea. Spre exemplu față de un autobuz călătorul din el se va afla în repaus, dar față de un stâlp de pe marginea drumului călătorul se află în mișcare. Din acest motiv vom spune că ”*mișcarea și repausul sunt relative”*, adică depind de S.R. ales.

e) TRAICTORIE - reprezintă curba descrisă de un corp în mișcare. Cel mai simplu se vede spre exemplu pe cer dâra lăsată de avioanele cu reacție...

f) COORDONATELE MIȘCĂRII – reprezintă distanța față de S.R. la un moment dat



OX_1 – coordonata de-a lungul axei OX la momentul t_1

OY_1 – coordonata de-a lungul axei OY la momentul t_1

OM = $\vec{r}$ – vector de poziție și arată poziția corpului față de originea sistemului de axe

Reprezentarea de mai sus este valabilă în mișcarea unui corp în plan. Evident dacă raportăm mișcarea la un sistem cu trei dimensiuni (în spațiu) apare și cea de a treia coordonată z(t

g) VECTORUL DE POZIȚIE – este reprezentat prin dreapta $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ și se obține unind originea sistemului de axe de coordonate cu poziția corpului pe traictorie la un moment dat (în cazul nostru la momentul t_1)

CARACTERISTICILE UNUI VECTOR :

- ✓ MĂRIME – este dat de mărimea segmentului *OM*
- ✓ DIRECȚIE – este dată de direcția dreptei ce trece prin punctele *O* și *M*
- ✓ SENS – este de la *O* la *M* (sensul săgeții pe desen)

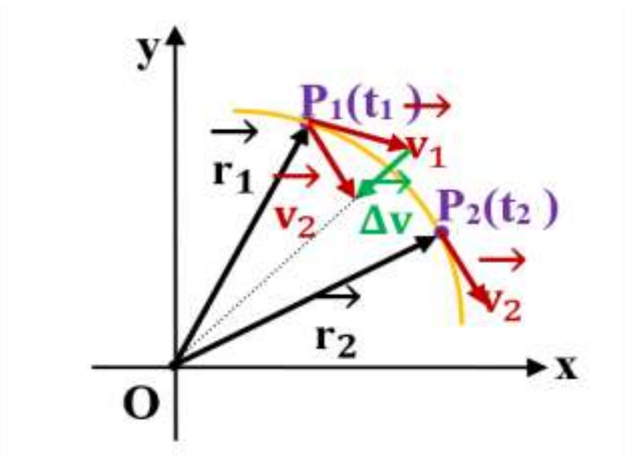
Ultimele două caracteristici (direcția și sensul) dau <u>*orientarea vectorului*</u>

În fizică mărimile se împart în mărimi fizice scalare (cum este masa unui corp –măsurată în kg) caracterizate doar prin mărime și mărimi fizice vectoriale care pe lângă mărime au și orientare (adică direcție și sens). Ca să vedem cel mai simplu diferența dintre mărimile fizice scalare și vectoriale să ne imaginăm că mergem la piață și vrem să cumpărăm 2kg de roșii(vom cere doar cantitatea ce vrem să o cumpărăm (nu vom da spre exemplu și direcția orizontală sau verticală). În schimb un atlet care într-un concurs aleargă cu o anumită viteză, acesta, pe lângă valoarea acestei viteze(să zicem 5m/s) trebuie să alerge (în ideea că vrea să treacă primul linia de sosire) spre sosire și nu invers (deci am dat atât direcția cât ți sensul).

Pentru a face diferența între mărimile fizice scalare și vectoriale acestea din urmă au deasupra un segment de dreaptă orientat ($\vec{r}$ – în cazul de mai sus), iar în acest caz ne-am referit la toate caracteristicile sale (mărime și orientare). Dacă îl vom scrie simplu *r* atunci ne vom referii doar la valoarea sa numerică (adică la mărimea lui).

2. **VITEZA** – reprezintă variația coordonatelor unui corp într-un interval de timp. Dacă coordonatele nu se modifică în timp vom spune că are viteză zero și corpul se află în repaus.

Să presupunem că mișcarea unui corp are loc în plan (coordonate *XOY*), În intervalul de timp $\Delta t = t_2 - t_1$ corpul s-a deplasat pe traictoria sa din punctul P_1 în punctul P_2 conform desenului de mai jos.



Variația vectorului de poziție $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. (pe desen nu e trecut, dar se obține unind pe P_1 cu P_2 orientare spre P_2)

VECTORUL VITEZĂ MEDIE – *se definește ca fiind variația vectorului de poziție $\Delta\vec{r}$ în intervalul de timp Δt.*

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

După cum am spus și mai sus viteza este o mărime fizică vectorială ți am evidențiat asta în formula de mai sus. Există și vectorul viteză momentană care se definește ca viteza corpului îmtr-un punct al traictoriei (P_2 sau P_1 în cazul desenului nostru, iar acesta este tangentă la traictorie în punctul respectiv.

În S.I. unitatea de măsură pentru viteză este :

$$[V]_{SI} = \frac{[\Delta r]}{[\Delta t]}$$

$$[V]_{SI} = \frac{1\ m}{1\ s}$$

Vom spune că un corp se deplasează cu o viteză medie de 1m/s dacă parcurge o distanță de 1m în timp de 1s.

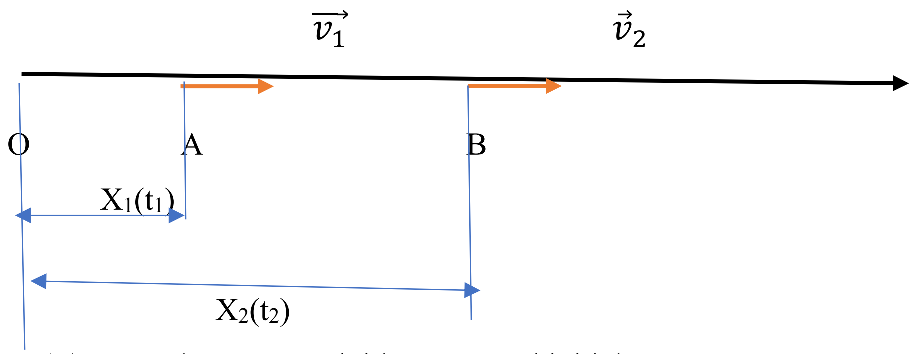
3. MIȘCAREA RECTILINIE ȘI UNIFORMĂ

a) *Definiție : numim mișcare rectilinie și uniformă mișcarea unui corp la care traictoria este o dreaptă, iar vectorul viteză este constant în timp.*

b) Caracteristica mișcării

$$\vec{v} = constant$$

c) Legea mișcării rectilinii și uniforme



$X_1(t_1)$ – coordonata corpului la momentul inițial t_1

$X_2(t_2)$ – coordonata corpului la momentul final t_2

Vom nota cu $\Delta X = X_2 - X_1$ – deplasarea corpului între punctele Ași B. Atunci viteza media a corpului între punctele A și B este (conform definiției vitezei)

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow x_2 - x_1 = v_m(t_2 - t_1)$$ - ***legea mișcării rectilinii și uniforme***

În mișcarea rectilinie și uniformă vecorul viteză medie este identivc cu vectorul viteză momentană (într-un punct). Pentru că viteza este constantă în timp, deci aceeași în orice punct al traictoriei. Putem scrie :

$$\overrightarrow{v_m} = \vec{v}$$

Cazuri particulare :

- $X_1 = 0$ (corpul pornește din originea axelor de coordonate) atunci avem :

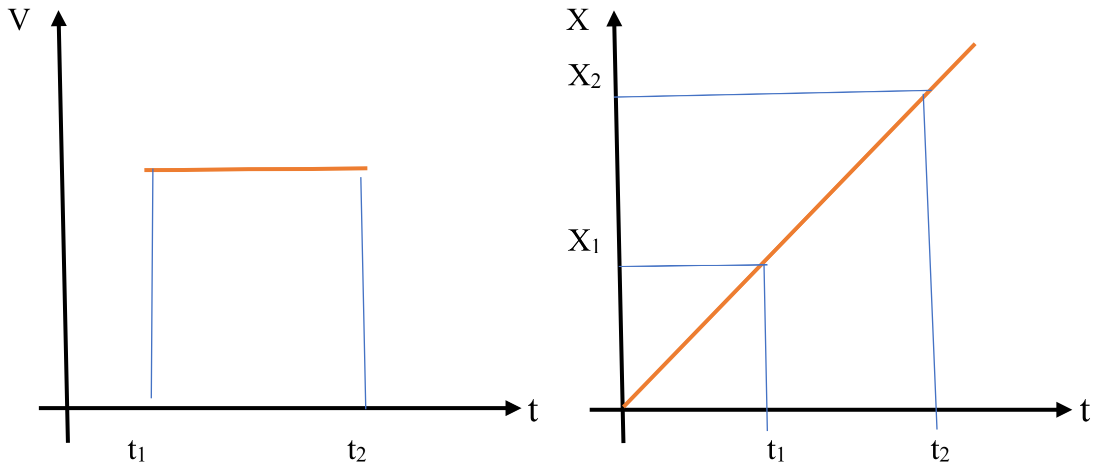
$$x_2 = v(t_2 - t_1)$$

- Dacă și $t_1 = 0$ atunci avem

$$x_2 = vt_2$$

Vom spune că, în mișcarea rectilinie și uniformă viteza corpului variază liniar cu timpul.

d) Reprezentarea grafică a legii mișcării



4. MIȘCAREA RECTILINIE UNIFORM VARIATĂ

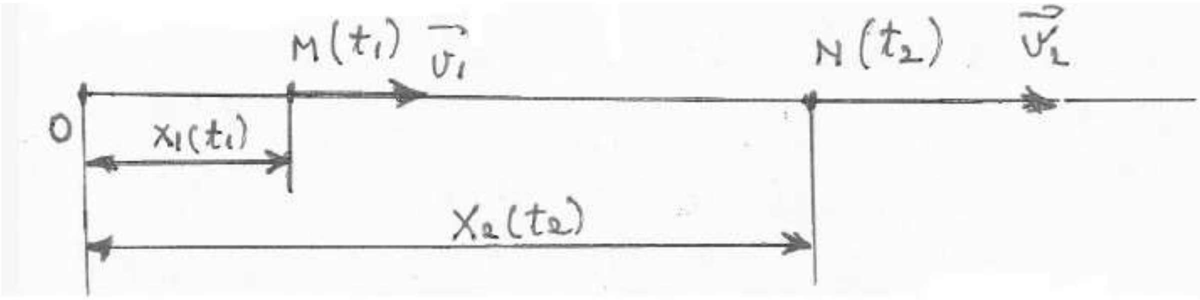
În general un corp nu se mișcă cu aceeași viteză (constantă). Viteza lui variază în timp și așa ia naștere ***mișcarea rectilinie variată***. Mai târziu vom vedea ce este și ***mișcarea rectilinie uniform variată.***

*Definiție : numim **mișcare rectilinie variată** mișcarea unui corp la care traictoria este o dreaptă, iar viteza lui variază în timp.*

Variația în timp a vitezei corpului duce la apariția unei noi mărimi fizice vectoriale numită <u>*accelerație*</u>

a) Accelerația

Definiție : accelerația unui corp este o mărime fizică vectorială numeric egală cu raportul dintre variația vectorului viteză a corpului în intervalul de timp.



Am figurat în desenul de mai sus un corp care se mișcă din punctul M (în care se află la momentul t_1) în punctul N (în care se află la momentul t_2). Viteza lui crețte pe această distanță $\Delta x = x_1 - x_2$ Deci, conform definiției accelerației putem scrie formula acesteia :

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$$[a]_{si} = \frac{[v]}{[t]} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

b) Mişcarea rectilinie uniform variată

Definiție : numim ***<u>mişcare rectilinie uniform variată</u>*** *mişcarea unui corp la care traictoria este o dreaptă, iar* ***<u>vectorul accelerație este constant în timp</u>.***

- **Caracteristica mişcării**

$$\vec{a} = constant$$

- **Legea vitezei în mişcarea rectilinie uniform variată**

Se obține din formula de definiție a accelerației

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1) \Rightarrow v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)$$

$$\boxed{v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1)}$$

Formula de mai sus reprezintă legea vitezei în mişcarea rectilinie uniform variată. Ca și în cazul mişcării rectilinii și uniforme apar cazurile particulare

- ✓ Dacă $V_1 = 0$ corpul pleacă din repaus atunci din ecuația de mai sus rămâne :

$$v_2 = a(t_2 - t_1)$$

- ✓ Dacă și $t_1 = 0$ atunci ecuația de mai sus devine

$$v_2 = at_2$$

Vom spune că în mișcarea rectilinie uniform variată viteza corpului variază direct proporțional cu timpul.

- ➢ **Legea mișcării în mișcarea rectilinie uniform variată**

Se poate demonstra că, în mișcarea rectilinie uniform variată ecuația mișcării corpului este dată de următoarea formulă :

$$x_2 = x_1 + (v_2 - v_1)(t_2 - t_1) + \frac{a(t_2 - t_1)^2}{2}$$

Exact ca în celelalte cazuri de mai sus și aici avem cazurile particulare :

- ✓ Dacă $x_1 = 0$ (corpul pleacă din originea sistemului de axe de coordonate) din relația de mai sus rămâne :

$$x_2 = v_1(t_2 - t_1) + \frac{a(t_2 - t_1)^2}{2}$$

- ✓ Dacă $v_1 = 0$ (corpul plecă și din repaus) atunci rămâne :

$$x_2 = \frac{a(t_2 - t_1)^2}{2}$$

- ✓ Dacă și $t_1 = 0$ atunci avem :

$$x_2 = \frac{a{t_2}^2}{2}$$

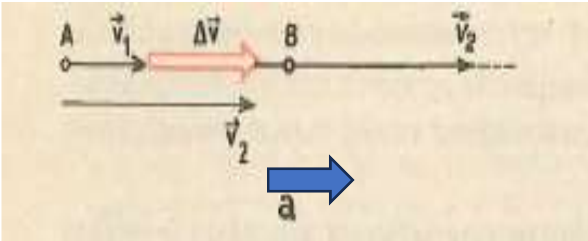
Vom spune că spațiul parcurs de un corp în mișcare rectilinie uniform variată depinde pătratic cu timpul (t este în ecuație la puterea a doua).

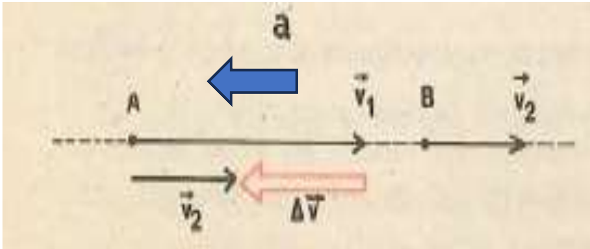
Dacă la matematică ați învățat graficul funcției de gradul 2 (adică necunoscuta apare la puterea a doua) veți putea face și graficul mișcării rectilinii uniform variate cu t la puterea a doua de această dată

Concluzie :

Dacă viteza unui corp crește în timpul mișcării rectilinii uniform variate ($V_2 > V_1$) atunci vom spune că mișcarea este uniform accelerată, iar *vectorul viteză este pozitiv* ($\Delta V = V_2 - V_1 > 0$, $\Delta V > 0$), iar *accelerația este pozitivă ($a > 0$)*, vectorul accelerație are sensul mișcării. Vom spune că *mișcarea este uniform accelerată*

Dacă viteza unui corp scade în timpul mișcării rectilinii uniform variate ($V_2 < V_1$, $\Delta V < 0$) atunci vom spune că *mișcarea este uniform încetinită*, iar vectorul viteză este negativ ($\Delta V = V_2 - V_1 < 0$, $\Delta V < 0$), iar accelerația este negativă ($a < 0$), vectorul accelerație are sens opus mișcării.





Mișcare rectilinie uniform accelerată	Mișcare rectilinie uniform încetinită
a > 0	**a < 0**

SENSUL MIȘCĂRII

Evident, dacă $a = 0$ atunci mișcarea este rectilinie și uniformă.

- **Formula lui Galilei** se obține din legea vitezei și legea mișcării rectilinii uniform variate dacă între acestea eliminăm variabila t (timpul).

$$v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1) \qquad t_2 - t_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad x_2 - x_1 = \frac{a(t_2 - t_1)^2}{2}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

$$\boldsymbol{v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1)} \text{ (\textit{formula lui Galilei})}$$

Reamintim că mișcarea rectilinie uniform încetinită este mișcarea la care viteza scade în timpul mișcării. Ea va scădea până când la un moment dat va fi zero. În acest caz putem calcula timpul de oprire a corpului și distanța maximă până la oprire folosind legea vitezei și formula lui Galilei.

$v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1)$ $\quad v_2 = 0$ (corpul se oprește) $t_2 - t_1 = t_{op}$

t_{op} – timpul de oprire $\qquad \boldsymbol{t_{op} = -\frac{v_1}{a}}$

Observație : formula t_{op} are semnul ”–” dar valoare este pozitivă deoarece, după cum am văzut mai sus în mișcarea rectilinie uniform încetinită accelerația corpului este negativă...

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1),\ x_2 - x_1 = x_{max}$$

x_{max} - distanța parcursă până la oprire, $v_2 = 0$ (corpul se oprește)

$$0 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1) \qquad -v_1^2 = 2ax_{max} \qquad \boldsymbol{x_{max} = -\frac{v_1^2}{2a}}$$

Observație : formula x_{max} are semnul ”–” dar valoare este pozitivă deoarece, după cum am văzut mai sus în mișcarea rectilinie uniform încetinită accelerația corpului este negativă...

DINAMICA

PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE

Dacă până acum, după cum spuneam și la început, ne-am ocupat cu studiul mișcării corpurilor fără să țină cont de cauzele mișcării (cinematica). Acum să vedem care sunt și cauzele....

1. **PRINCIPIU I AL MECANICII**

   a) Enunțul principiului I al mecanicii : *un corp își menține starea de repaus sau de mișcare rectilinie și uniformă atâta timp cât asupra lui nu acționează alte corpuri care să-i schimbe această stare.*

Acum se pune întrebarea ce putem pune în mișcare mai ușor : corpurile cu masă mai mică (spre exemplu o minge ce se află în repaus) sau cele cu masă mai mare (spre exemplu un dulap)? Din experiența fiecăruia cred că știm deja răspunsul

b) Inerția : *este proprietatea corpurilor de a se opune la schimbarea stării de mișcare sau de repaus în care se află.*

Cred că inerția o ”simțim” cu toții. Ce s=ar întâmpla în cazul unui accident frontal fără existența centurilor de siguranță

Observație : o măsură a inerției este masa corpurilor. Cu cât masa unui corp este mai mare cu atât inerția lui este mai mare.

Putem enunța principiu I al mecanicii și sub formularea *”un corp se mișcă sau se află în repaus în virtutea inerției”(*Newton*)*

2. PRINCIPIUL AL DOILEA AL MECANICII

Principiul I clarifică ce se întâmplă cu un corp asupra căruia nu acționează mici un alt corp. Spunem că, în acest caz, corpul este izolat. Acum să vedem ce se întâmplă dacă asupra unui corp acționează un alt corp.

a) *Interacțiunea :* *reprezintă acțiunea unui corp asupra altui corp*

Efectele interacțiunii :

- Schimbarea stării de mișcare sau de repaus în care se află corpurile
- Deformarea corpurilor. Deformarea poate fi de două feluri :
    - Elastică : după încetarea interacțiunii corpurile revin la forma inițială
    - Plastică după încetarea interacțiunii corpurile rămân deformate

Deformarea corpurilor o vom studia mai târziu într-un capitol separat.

Se pune problema măsurării interacțiunii a două corpuri. O măsură a interacțiunii este *forța*. În continuare putem spune că două sau mai multe corpuri interacționează sau un corp acționează asupra altui corp cu o *forță*.

b) *Enunțul principiului II al mecanicii :* *vectorul forță $\vec{F}$ este egal cu masa corpului înmulțită cu vectorul accelerației sale $\vec{a}$*

$$\vec{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{m} \cdot \vec{\boldsymbol{a}}$$

Unitatea de măsură a forței în sistem internațional este newtonul

$$[F]_{SI} = [m]_{SI}\ [a]_{SI}$$

$$1N\ (newton) = 1kg \bullet 1\frac{m}{s^2}$$

Newtonul este acea forță care acționând asupra unui corp cu masa de 1kg îi imprimă acestuia o accelerație de 1 $\frac{m}{s^2}$

După cum se observă nu am spus (încă) despre natura forței (gravitațională, elastică, electrică, etc.)

c) *Greutatea corpurilor* *este forța cu care Pământul acționează asupra oricărui corp aflat în atmosfera terestră.*

Se știe că această forță acționează asupra corpurilor aflate la sol, dar și asupra corpurilor care nu sunt în contact cu solul. Din această cauză vom spune că natura greutății este de formă gravitațională, iar spațiul din jurul Pământului în care acționează greutatea se numește *câmp gravitațional.*

Asemănător se comportă și forța dintre două sarcini electrice (numită forță electrică), iar zona din apropierea sarcinilor electrice unde acționează această forță se numește *câmp electric*, iar dacă sarcinile care interacționează sunt în repaus se numește *câmp electrostatic.*

Atât câmpul gravitațional cât și câmpul electrostatic le numim *câmpuri fizice*. În aceste câmpuri interacțiunea corpurilor nu are loc neapărat prin contact direct, este suficient ca ele să fie aduse unul în apropierea celuilalt și ele vor interacționa. Un alt exemplu de câmp fizic este cel ce se manifestă între magneți astfel definim *câmpul magnetic*.

Să revenim la greutatea corpurilor. Evident fiind o forță se măsoară, ca orice forță, în N (newton). Dar trebuie să-i determinăm cele trei componente specifice unei mărimi fizice vectoriale (mărime, direcție și sens)

Mărimea greutății unui corp este :

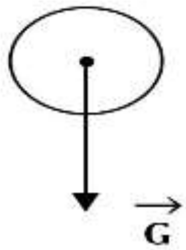
$$\mathbf{G = m \cdot \mathit{g}}$$

unde m este masa corpului (se măsoară în kg)

g – accelerația gravitațională ($g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$) este o constantă, în majoritatea problemelor se aproximează la 10 $\frac{m}{s^2}$. Spre exemplu, pe Lună (satelitul natural al Pământului accelerația gravitațională este de $g_L = 1{,}62\ \frac{m}{s^2}$. Se poate calcula astfel că, dacă o săritura de la înălțimea de aproximativ 1m pe Pământ, este echivalentul unei sărituri de la aproximativ 6 metri pe Lună.

Direcția este dată de direcția razei pământului, iar sensul spre centrul pământului. Dacă ar fi invers sensul atunci pământul ar respinge toate corpurile (de la sol sau cele ce intră în atmosferă).

În concluzie vom reprezenta greutatea corpurilor întotdeauna cu un segment de dreaptă vertical în jos, pornind din centrul de greutate a corpului



3. PRINCIPIUL AL TREILEA AL MECANICII

a) <u>Enunțul principiului III al mecanicii</u> *dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță $\vec{F}_{1,2}$ <u>numită acțiune</u>, atunci vel de al doilea corp reacționează cu o forță egală în modul și de sens contrar $\vec{F}_{2,1}$ <u>numită reacțiune</u>.*

$$F_{1,2} = -F_{2,1}$$

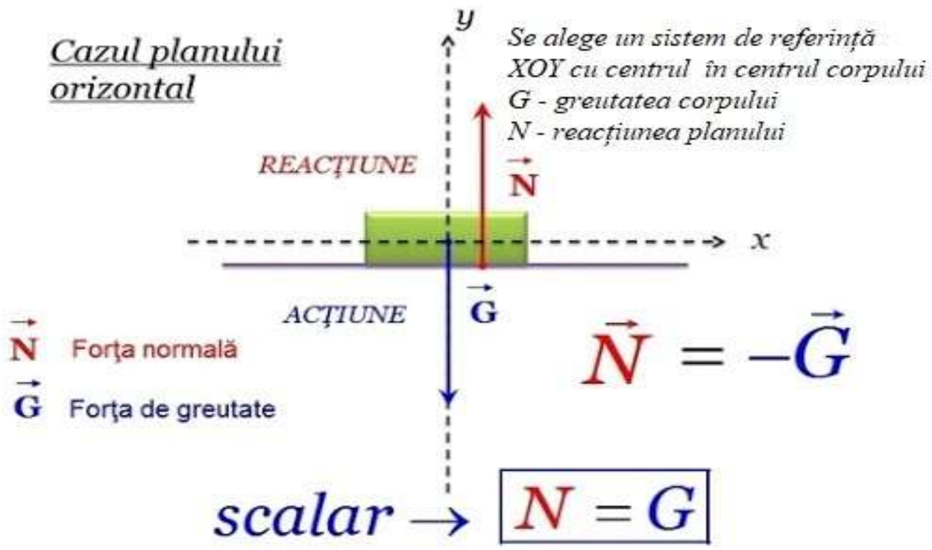
$$|\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$$

b) <u>Consecințe ale principiului III al mecanicii</u>

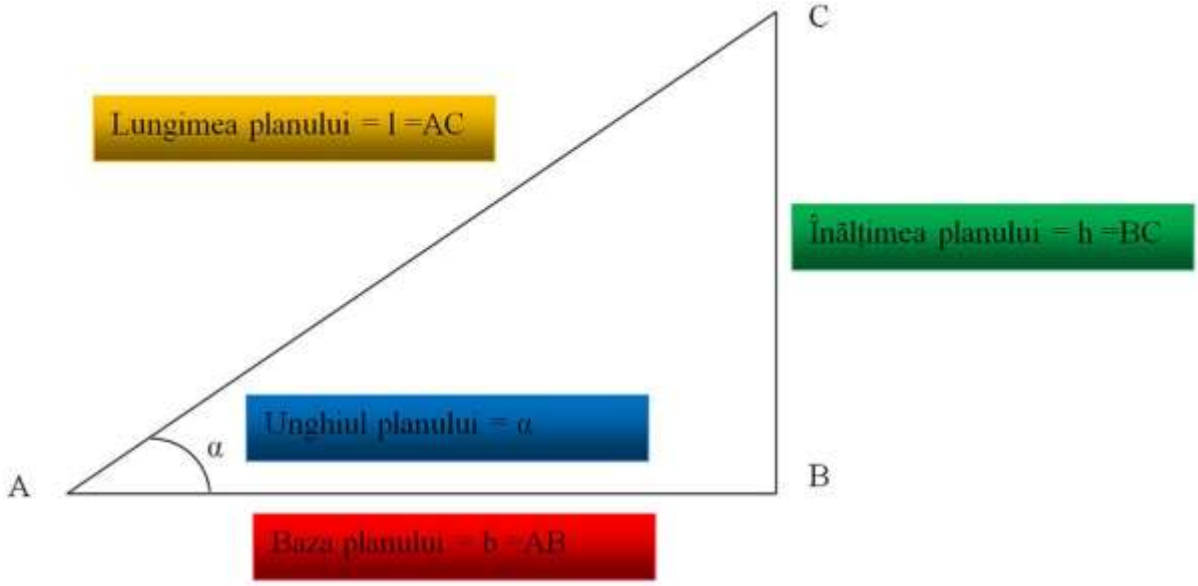
- Forțele apar în perechi : acțiune și reacțiune
- Forțele sunt egale în modul (au aceeași valoare absolută)
- Forțele au aceeași direcție dar au sensuri opuse
- Forțele acționează asupra corpurilor diferite (acțiunea asupra celui de al doilea corp, iar reacțiunea asupra primului corp)

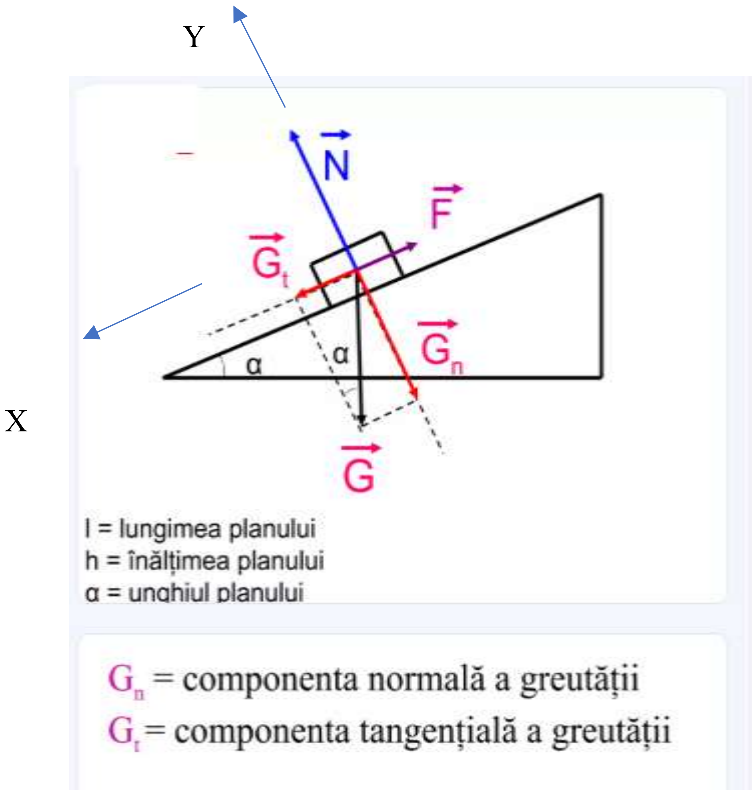
c) <u>Aplicații ale principiului al III – lea al mecanicii</u>

- <u>Reacțiunea planului</u>



❖ ***Cazul planului înclinat***





G_n = mgcosα

G_t = mgsinα

N = G_n – normala (reacțiunea planului înclinat

F – forța ce șine corpul pe planul înclinat

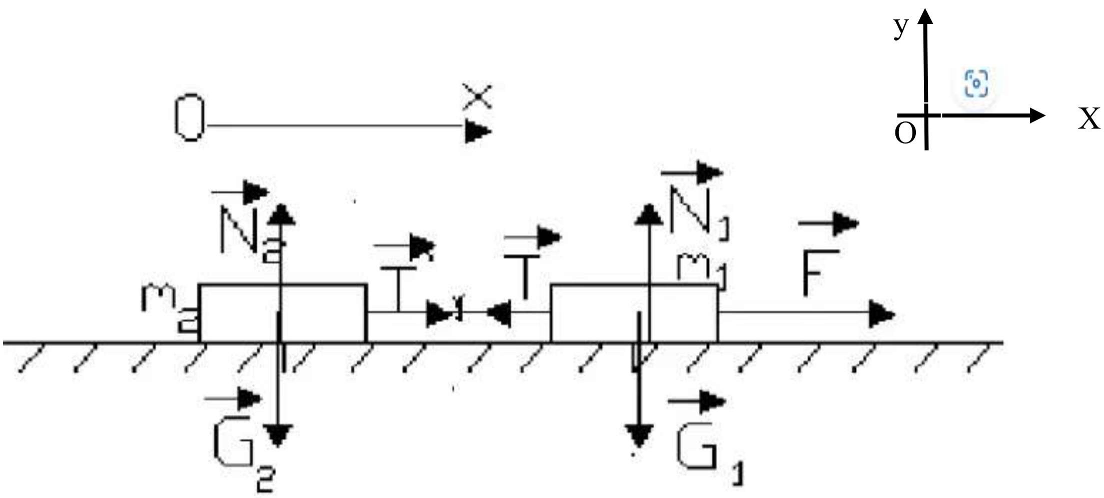
Observații :

✓ Indiferent unde se află corpul (pe planul orizontal sau pe planul înclinat) greutatea $\vec{G}$ a corpului este verticală în jos

✓ Sistemul de axe *XOY* se alege *întotdeauna* astfel : axa *OX* de-a lungul mișcării corpului cu sensul pozitiv în sensul de mișcare a corpului, axa *OY* perpendiculară pe axa OX cu sens în sus.

✓ În cazul în care o forță nu are direcția uneia dintre axele sistemului ales *XOY* ea se descompune pe cele două axe ale sistemului. (în cazul nostru este vorba de greutatea corpului $\vec{G}$ care am descompus-o în două componente $\vec{G}_t$ – de-a lungul axei *OX* și $\vec{G}_n$ – de-a lungul axei *OY)*

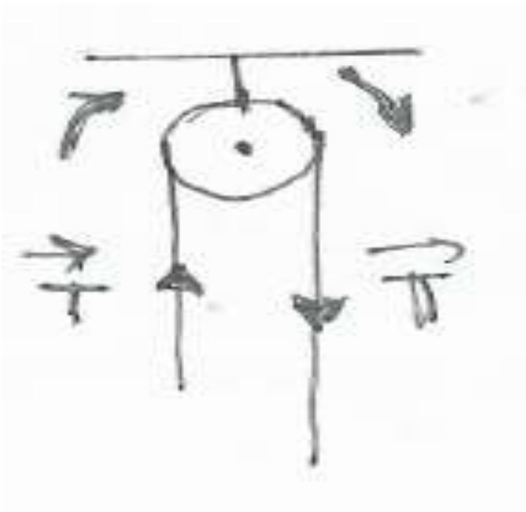
❖ ***<u>Tensiunea din fir</u>*** *– este forța care apare în firul ce leagă două corpuri aflate în mișcare.*

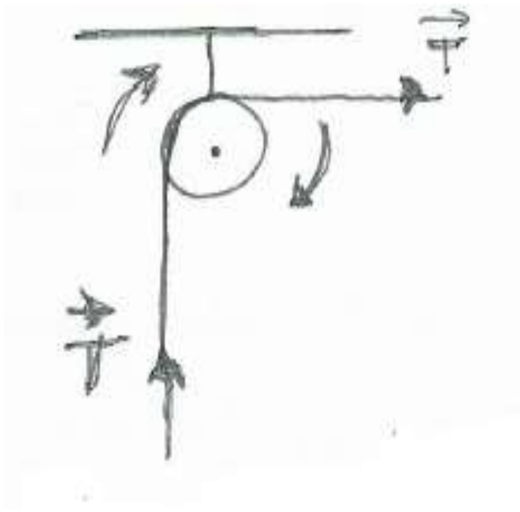


$\vec{T}$ – <u>tensiunea în fir</u>, apare conform principiului III al mecanicii (dacă corpul de masă m_1 ”trage” de corpul de masă m_2 cu forța $\vec{T}_{1,2}$ atunci corpul de masă m_2 ”reacționează” cu o forță $\vec{T}_{2,1}$ egală în modul având aceeași direcție dar sens opus)

$$\vec{T}_{1,2} = -\ \vec{T}_{2,1} = \vec{T}$$

❖ *<u>Scripetele ideal</u>* – este un dispozitiv care schimbă convenabil direcția și (sau) sensul forței. Dacă de o parte și de alta a scripetelui modulul forței este același scripetele este ideal.

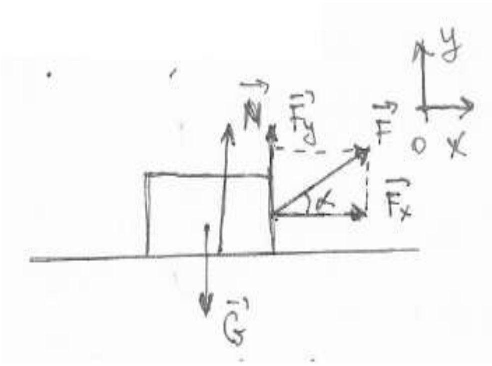


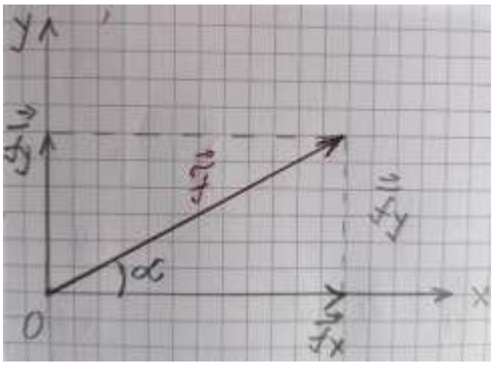


a) Scripetele a schimbat sensul forței $\vec{T}$ nu și direcția verticală

b) Scripetele a schimbat direcția(verticală – orizontală) și sensul forței $\vec{T}$ (jos – dreapta)

❖ *<u>Descompunerea unei forțe pe axele sistemului de coordonate XOY</u>* : este necesară atunci când forța $\vec{F}$ nu are direcția nici uneia dintre axe. În acest caz forța trebuie descompusă pe cele două axe OX și OY rezultând componentele $\vec{F}_x$ (componenta pe axa OX) și $\vec{F}_y$ (componenta pe axa OY). Vezi și proiecția unei drepte pe o axă.

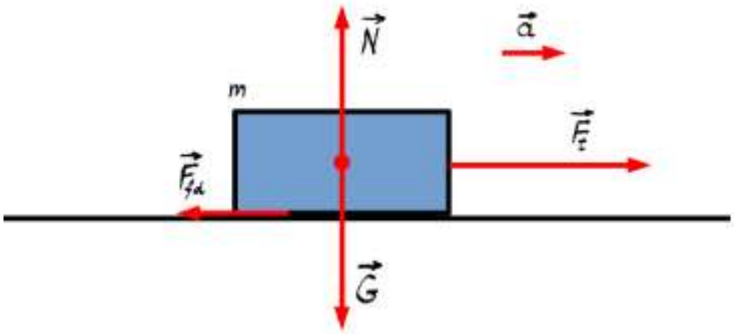




$$F_x = F\cos\alpha$$

$$F_y = F\sin\alpha$$

4. **Forța de frecare** - este forța care apare la contactul dintre două corpuri, are direcția mișcării, dar sens opus ei.



$\vec{F}_f$ – forța de frecare

Modulul forței de frecare este $F_f = \mu N$

μ - coeficient de frecare (depinde de natura corpurilor aflate în contact) $0 < \mu < 1$.

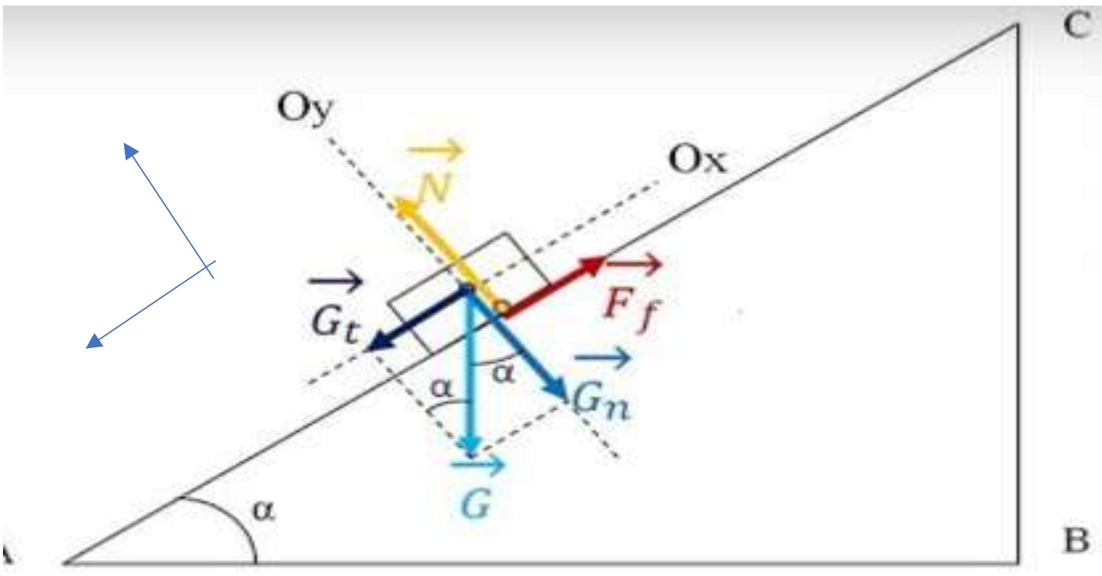
Coeficientul de frecare este o mărime fizică adimensională.

Legile frecării :

a) Coeficientul de frecare la alunecare depinde de natura suprafețelor aflate în contact
b) Forța de frecare la alunecare nu depinde de aria suprafețelor aflate în contact
c) Forța de frecare la alunecare depinde direct proporțional cu forța de apăsare normală pe plan.

❖ *Mișcarea pe plan înclinat*

  ○ *Coborârea liberă pe planul înclinat*



Scriem principiul II al mecanicii pe cele două axe ale sistemului cu originea în centrul corpului ce coboară pe planul înclinat : *OX* și *OY*. Axa *OX* este paralelă cu direcția de mișcare a corpului cu sensul pozitiv în sensul mișcării, iar axa *OY* perpendiculară pe direcția mișcării (deci pe axa *OY* este perpendiculară pe plan).

$OX : G_t - F_f = ma$
$OY : N - G_n = 0$

Forța de frecare F_f și G_n apar în aceste două ecuații cu semnul minus deoarece au sens opus axelor de coordonate *XOY* ales.

<u>Observație</u> : În scrierea ecuațiilor pe cele două axe ținem cont de sensul forțelor, deci ne referim doar la mărimea lor, din această cauză nu am pus semnul de vector deasupra ca pe desen. A doua ecuație am egalat-o cu zero pentru că, nu există mișcare pe aceasta axa (mișcarea e doar de-a lungul planului înclinat – OX).

Dacă înlocuim G_t, F_f și G_n cu formulele obținute mai sus (pag.19) avem :

$OX : mg\sin\alpha - \mu N = ma$

$OY : N - mg\cos\alpha = 0 ;\ \ N = mg\cos\alpha$

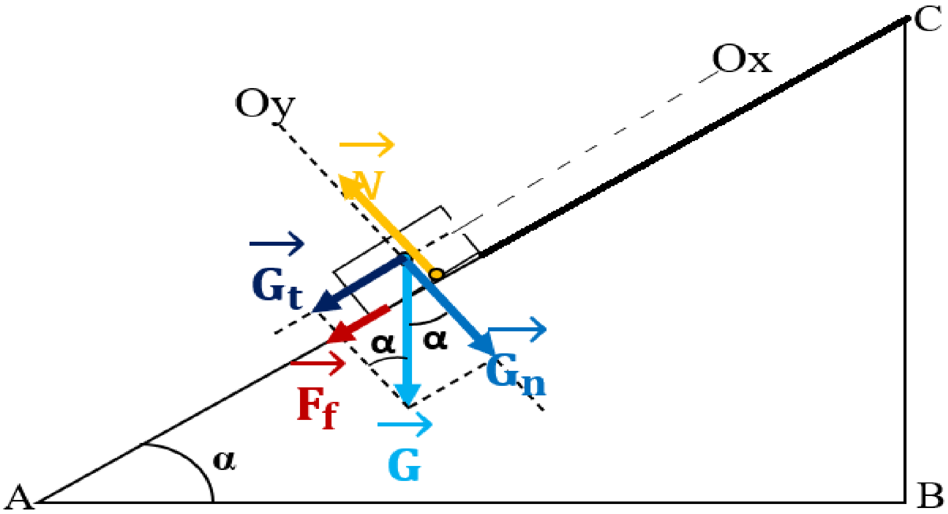
Înlocuim pe N din a doua ecuație (OY) în prima (OY) și avem :

$$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma \Longrightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Deci în cazul coborârii libere a unui corp pe planul înclinat accelerația la coborâre este :

$$\boxed{a_c = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

- *<u>Urcarea pe planul înclinat (aruncarea pe planul înclinat)</u>*



Procedăm în mod identic ca la coborârea pe planul înclinat ținând cont de semnele forțelor (acum axa OX are sensul pozitiv în sus, de-a lungul planului înclinat)

$OX: -G_t - F_f = ma$ $\Rightarrow$ $OX: -mg\sin\alpha - \mu N = ma$

$OY: N - G_n = 0$ $\qquad$ $OY: N - mg\cos\alpha = 0$;

$N = mg\cos\alpha$

Înlocuim pe N din a doua ecuație (OY) în prima (OY) și avem :

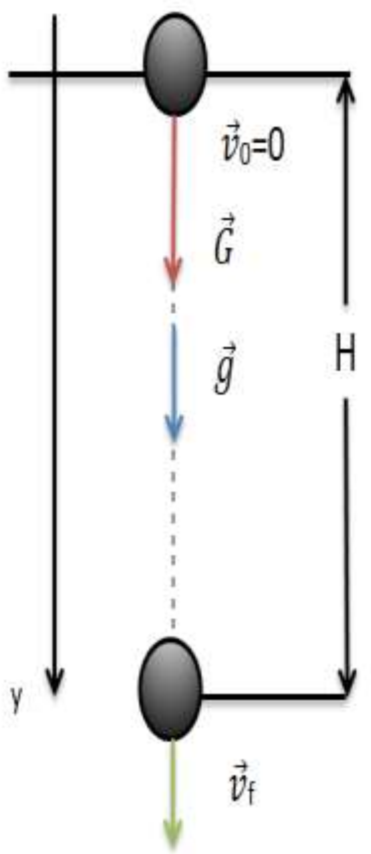
$-mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

Deci în cazul coborârii libere a unui corp pe planul înclinat accelerația la coborâre este :

$$\boxed{a_u = -g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

Observație : accelerația la urcarea (aruncarea) pe planul înclinat este negativă deoarece mișcarea este încetinită, corpul se va opri la un moment dat pe plan și ca coborî liber (coborârea pe planul înclinat din cazul anterior).

- ***Mișcarea corpurilor pe verticală***



a) Căderea liberă

În cazul căderii libere corpul cade de la o înălțime H, iar accelerația cu care coboară este accelerația gravitațională $\vec{g}$. Evident viteza inițială în acest caz este $v_0 = 0$

Ecuațiile mișcării rectilinii uniform variate (accelerate) de obțin înlocuind accelerația $\vec{a}$ cu accelerația gravitațională $\vec{g}$

Legea vitezei: $v(t)=gt$

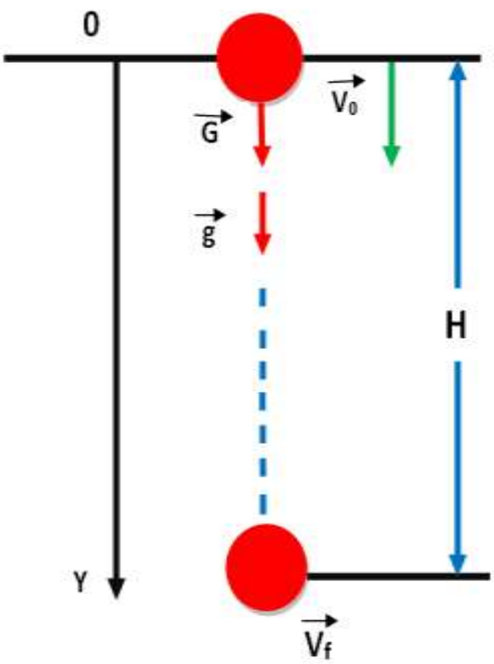
Legea spațiului: $y(t) = \frac{gt^2}{2}$

Formula lui Galilei: $v = \sqrt{2gh}$

Viteza finală : la suprafaţa solului (y=0) se obţine din formula lui Galilei: $v = \sqrt{2gH}$

Timpul de cădere : al corpului se află din legea spaţiului: $t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

b) <u>Aruncarea pe verticală de sus în jos</u>



În acest caz viteza inițială $\vec{v}_0 \neq 0$ și apare în ecuațiile mișcării de mai sus, precum și în formula lui Galilei.

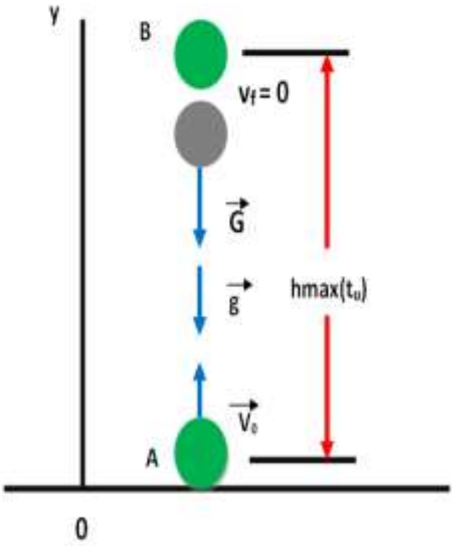
Legea vitezei: $v(t)=V_0 + gt$

Legea spațiului: $y(t) = V_0 + \frac{gt^2}{2}$

Formula lui Galilei: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

c) *<u>Aruncarea pe verticală de jos în sus</u>*

În acest caz corpul pornește cu viteza V_0 de la sol, urcă până la înălțimea h_{max}, după care cade liber (punctul a). Evident în acest caz accelerația gravitațională $\vec{g}$ este luată cu semnul minus, în prima parte a mișcării (la urcare mișcarea este uniform accelerată – încetinită)



Legea vitezei: $v(t) = v_0 - gt$

Legea spațiului: $y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

Formula lui Galilei: $v^2 = v_0^2 - 2gy$

Observaţii:

Pe baza acestor ecuaţii se calculează înălţimea maximă h_{max} şi timpul de urcare t_u.

Dacă în legea vitezei impunem condiţia de oprire(v=0) =>timpul de urcare

$$t_u = v_0/g.$$

Dacă în formula lui Galilei impunem condiţia de oprire (v=0, când $y=h_{max}$) => înălţimea maximă

$$H_{max} = v_0^2/2g.$$

FORȚA ELASTICĂ

Spuneam în lecțiile anterioare că acțiunea unui corp asupra altui corp o numim interacțiune, iar o măsură a acesteia este forța. Efectele interacțiunii pot fi :

- ✓ Schimbarea stării de mișcare sau de repaus în care se află corpurile
- ✓ Deformarea corpurilor

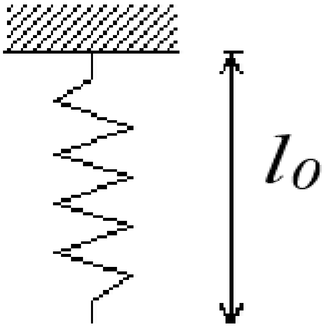
Acum vom vorbi puțin despre deformarea corpurilor. Deformarea corpurilor (în urma interacțiunii) poate fi :

- *Deformare elastică* : adică după încetarea interacțiunii corpurile revin la forma inițială (exemplul arcul unui pix)
- *Deformare plastică* : adică după încetarea interacțiunii corpurile nu mai revin la forma inițială (exemplul plastelina)

În acest capitol vom studia doar deformările elastice.

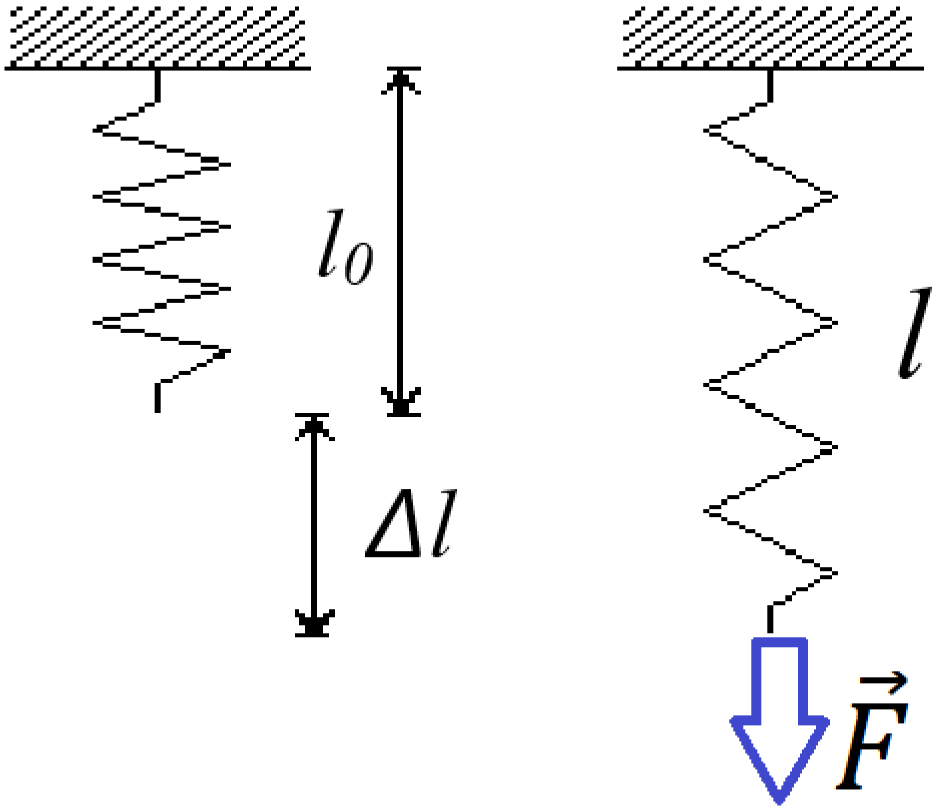
1. DEFORMĂRI ELASTICE. FORȚA DEFORMATOARE

Ca și model pentru studiul deformărilor elastice vom folosi *resortul elastic* care este practic un arc. Vom vedea ce se întâmplă cu acesta când asupra lui acționează o forță pe care o vom numi *forță deformatoare.*



Am notat cu l_0 – lungimea inițială a resortului (spunem lungimea resortului netensionat)

Să vedem comportarea acestui resort dacă cu ajutorul unei forțe deformatoare $\vec{F}$ deformăm resortul (îl tensionăm – spre exemplu îl alungim până la o lungime l)



l - alungirea resortului sub acțiunea forței deformatoare $\vec{F}$

Δl – variația lungimii resortului (diferența dintre lungimea resortului sub acțiunea forței $\vec{F}$ și lungimea resortului în stare netensionată l_0, când $\vec{F} = 0$

Experimental se observă că, cu cât forța deformatoare $\vec{F}$ este mai mare cu atât și alungirea Δl a acestuia este mai mare. Deci sunt mărimi direct proporționale. Tot experimental se observă că, dacă notăm cu S_0 aria secțiunii transversale a resortului, cu cât forța $\vec{F}$ este mai mare cu atât această secțiune este mai mică, deci putem spune că forța $\vec{F}$ și secțiunea S_0 a resortului sunt mărimi invers proporționale (adică când crește una, cealaltă scade).

Observație : *există o limită a forței $\vec{F}$ pentru care resortul nu se rupe (adică secțiunea lui transversală S_0 nu scade la zero) numită "limită de elasticitate"* . Evident după această limită nu mai vorbim de deformare elastică, ci de una plastică.

Din cele scrise mai sus putem scrie că expresia matematică a forței deformatoare $\vec{F}$ este :

$$F = K \bullet \Delta l$$

K – constanta elastică a resortului (depinde de natura materialului din care este construit resortul)

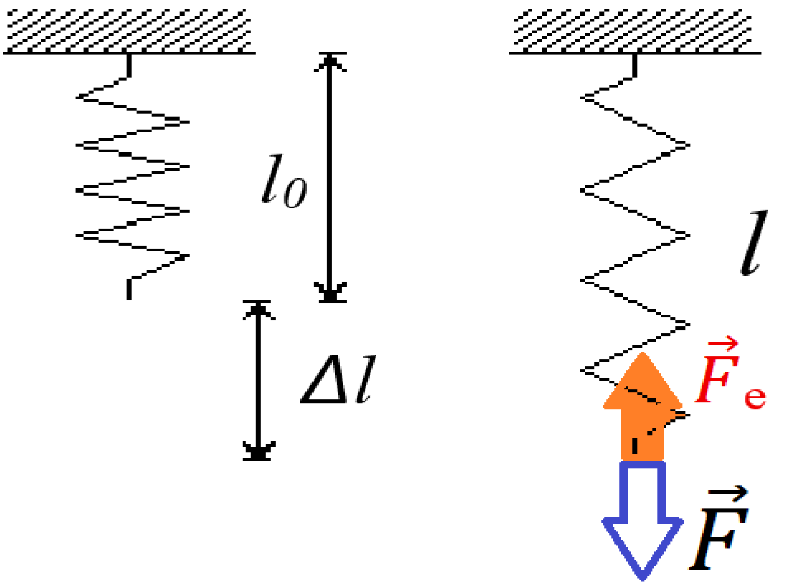
2. FORȚA ELASTICĂ

Această deformare elastică a resortului ține până când forța ce-l deformează încetează (adică forța deformatoare). Conform principiului III al mecanicii odată cu apariția forței deformatoare $\vec{F}$ apare și o altă forță care este egală în modul și de semn contrar care aduce corpul (resortul) la forma inițială numită forță elastică $-\vec{F}_e$

Putem scrie, conform celor scrise mai sus că :

$$F_e = - K \bullet \Delta l$$

Iar desenul de mai sus îl putem completa cu forța elastică $\vec{F}_e$



LUCRUL MECANIC ŞI ENERGIA

A. LUCRUL MECANIC

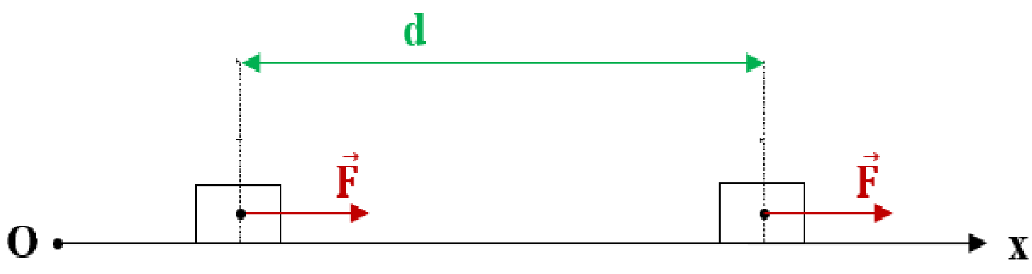
1. NOŢIUNEA DE LUCRU MECANIC

Lucrul mecanic este o mărime fizică de proces., adică caracterizează un corp într-un proces de transformare (mişcare). Spre deosebire de lucrul mecanic, energia este o mărime fizică de stare, adică caracterizează un corp într-o anumită stare. Energia este capacitatea unui corp de a efectua lucru mecanic sau altfel spus un corp *”efectuează lucrul mecanic pe baza scăderii energiei lui”.*

În concluzie cele două noțiuni (lucrul mecanic și energia) sunt mărimi care coexistă împreună, iar atunci când una dintre ele scade (ca valoare numerică) cealaltă crește...

2. LUCRUL MECANIC AL UNEI FORȚE CONSTANTE $\vec{F}$ CARE ESTE PARALELĂ CU DIRECȚIA DE DEPLASARE A CORPULUI

Presupunem că avem un corp asupra căruia acționează o forță constantă $\vec{F}$ care deplasează corul din punctul A în punctul B pe distanța d



DEFINIȚIE : lucrul mecanic al unei forțe constante $\vec{F}$ paralelă cu direcția deplasării care acționează asupra unui corp și-l deplasează pe o distanță d este o mărime fizică scalară egală cu produsul dintre valoarea numerică a forței $\vec{F}$ și valoarea deplasării d a corpului sub acțiunea forței.

$$\boxed{L = F \bullet d}$$

Deducem unitatea de măsură a lucrului mecanic :

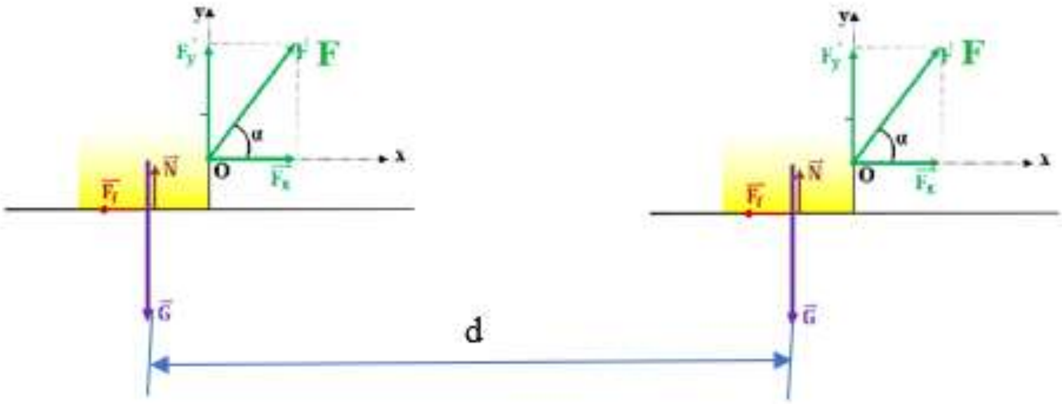
$[L]_{SI} = [F]_{SI} \cdot [d]_{SI}$

1 J (joule) = 1N • 1m

<u>JOULUL</u> este lucrul mecanic efectuat de o forță constantă $\vec{F}$ de 1 N (newton) care actioneaza asupra unui corp deplasându -l pe distanța de 1m, forța fiind paralelă cu direcția deplasării corpului.

În concluzie lucrul mecanic este o mărime fizică scalară cu unitatea de măsură joulul (J)

3. LUCRUL MECANIC AL UNEI FORȚE CONSTANTE $\vec{F}$ CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA UNUI CORP ȘI FACE UNGHIUL α CU DIRECȚIA DEPLASĂRII



După cum se vede din figura de mai sus componenta forței $\vec{F}$ care deplasează corpul pe distanța d este F_x (corpul se deplasează doar pe orizontală). Componenta F_y nu produce lucru mecanic pentru că corpul nu se deplasează pe verticală. Deci putem scrie :

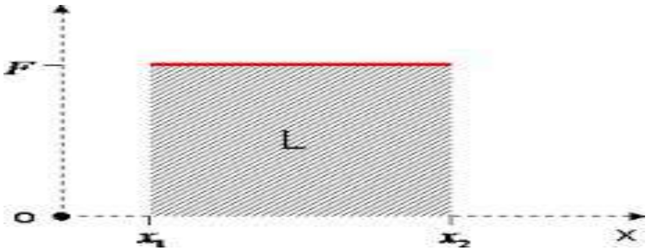
$L = F_x \cdot d$

Cum din triunghiul dreptunghic FOF_x putem scrie $\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$, deci $F_x = F \cos\alpha$, deci lucrul mecanic este :

$$\boxed{L = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$$

4. INTERPRETAREA GEOMETRICĂ A LUCRULUI MECANIC

Dacă reprezentăm forța $\vec{F}$ în funcție de distanța *d* pe care acționează se obține graficul de mai jos. (să nu uităm că forța $\vec{F}$ este o forță constantă)



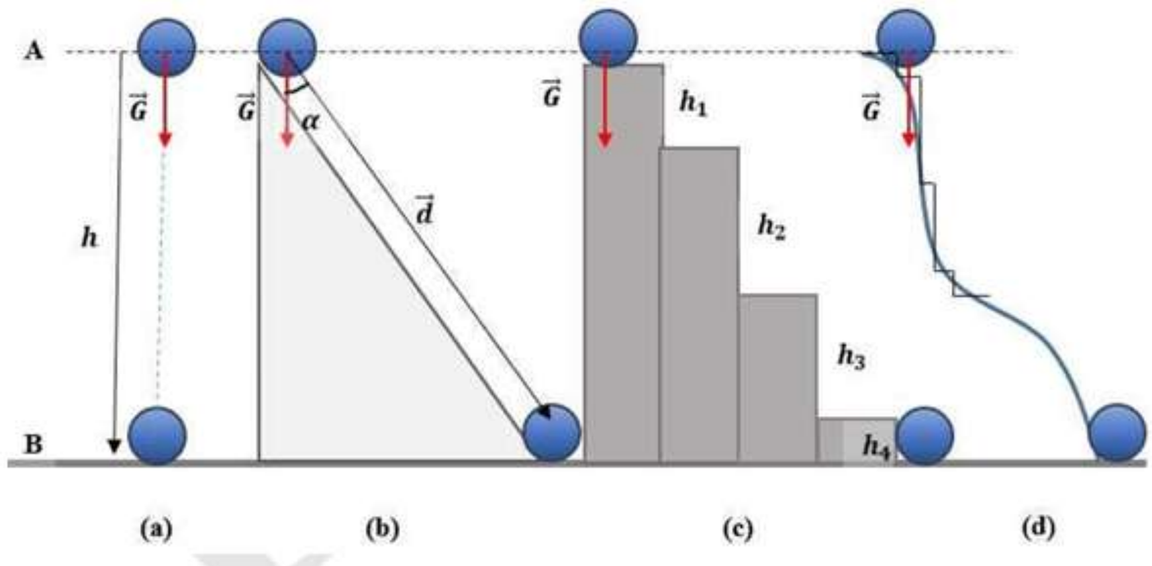
$d = X_2 - X_1$ – deplasarea sub acțiunea forței $\vec{F}$

$L = F \cdot d$ – reprezintă în figura alăturată chiar lucrul mecanic (aria figurii hașurate)

Observație : Lucrul mecanic al unei forțe $\vec{F}$ *este dată de aria cuprinsă între axa OX și graficul forței în funcție de deplasare*

5. LUCRUL MECANIC AL GREUTĂȚII

Orice corp, aflat la o înălțime h față de sol, sub acțiunea greutății sale ajunge la suprafața solului sub acțiunea greutății.



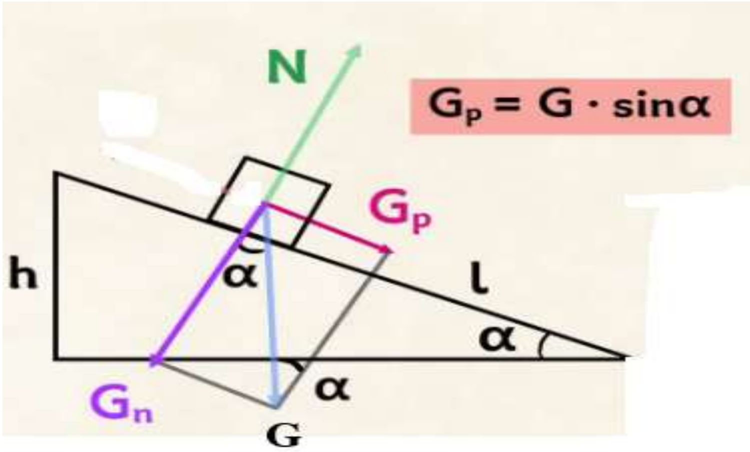
Să presupunem corpul ajungând la sol prin 4 drumuri : a – cădere liberă, b – planul înclinat, c – în mai multe etape(h_1, h_2, h_3 și h_4) sau cazul d – traictorie aleatorie. Vom calcula lucrul mecanic al greutății în cazurile a) și b).

a) *Lucrul mecanic al greutății în cădere liberă*

În acest caz forța (constantă) care deplasează corpul între punctele A și B este greutatea, deci putem scrie : $L_G = G \cdot h$ sau $L_G = mgh$ acesta fiind lucrul mecanic al greutății în cădere liberă.

$$\boxed{L_G = mgh} \quad \text{(a)}$$

b) *Lucrul mecanic pe planul înclinat* (cazul b) pe desenul de mai sus)



După cum se observă din figură lucrul mecanic produce doar componente paralelă cu planul înclinat G_p care deplasează corpul de-a lungul planului înclinat pe lungimea l a acestuia (vezi și mișcarea pe plan înclinat din lecțiile anterioare). Putem scrie :

$$L_G = G_p \cdot l \Longrightarrow L_G = mgl\sin\alpha$$

Dacă aplicăm funcția sinus în triunghiul dreptunghic al planului înclinat $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, deci $h = l \sin\alpha \Longrightarrow L_G = mgh$.

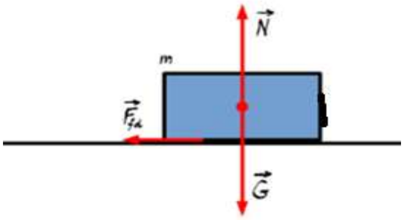
$$\boxed{L_G = mgh} \quad \text{(b)}$$

Se observă că, lucrul mecanic al greutății este același indiferent de ”traseul” pe care acționează greutatea (cădere liberă sau plan înclinat)

Forțele ale căror lucru mecanic nu depind de ”drum” (plan înclinat sau cădere liberă) se numesc forțe conservative, iar câmpul în care acționează se numește câmp conservativ de forțe (cazul câmpului gravitațional în care acționează greutatea)

6. LUCRUL MECANIC AL FORȚEI DE FRECARE

Expresia forței de frecare : $F_f = \mu N$ (aici am luat în considerare doar modulul, expresia matematică). Conform desenului de mai jos putem scrie :



$$L_{Ff} = F_f \cdot d$$

$$F_f = \mu N$$

$$L_{Ff} = \mu N d$$

$N = G$ (corpul nu se mișcă pe verticală)

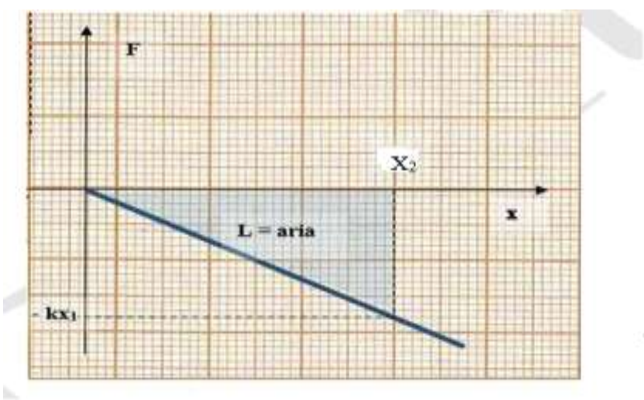
$$G = mg$$

$$\boxed{L_{Ff} = -\mu m g d}$$

După cum se observă lucrul mecanic al forței de frecare este negativ, deoarece forța de frecare are direcția deplasări, dar sens contrar ei. Vom spune că *”lucrul mecanic al forței de frecare este un lucru mecanic rezistent”*

7. LUCRUL MECANIC AL FORȚEI ELASTICE

În cazul forței elastice nu putem folosi formula de definiție a lucrului mecanic ($L_{Fe} \neq F_e \cdot X$) pentru că, după cum se vede forța elastică nu este o forță constantă, ea depinzând de alungirea X. (cu cât forța este mai mare, cu atât și alungirea este mai mare). În acest caz, ca de altfel în toate cazurile în care forța ce acționează asupra unui corp nu este constantă se folosețte reprezentarea grafică a lucrului mecanic (explicată la punctul 4.) Deci vom reprezenta grafic lucrul mecanic al forței elastice, iar aria figurii de sub grafic reprezintă lucrul mecanic al forței elastice.



$X_1 = 0$ – se consideră resortul netensionat

$\Delta X = X_2 - X_1$ – deformarea resortului

$F_e = -K \cdot \Delta X$ – forța elastică

L - aria figurii hașurate reprezintă lucrul mecanic al forței elastice

Se observă că aria este un triunghi dreptunghic, deci putem scrie :

$$L_{F_e} = -\frac{kx \cdot x}{2}$$

Deci, lucrul mecanic al forței elastice este :

$$\boxed{L_{F_e} = -\frac{kx \cdot x}{2}}$$

Se observă, că, dacă am folosi formula lucrului mecanic pentru o forță constantă (ceea ce în cazul forței elastice nu e adevărat) am fi obținut $L_{Fe} = - KX \bullet X = -KX^2$ adică $L_{Fe} \neq - KX^2$

B. ENERGIA

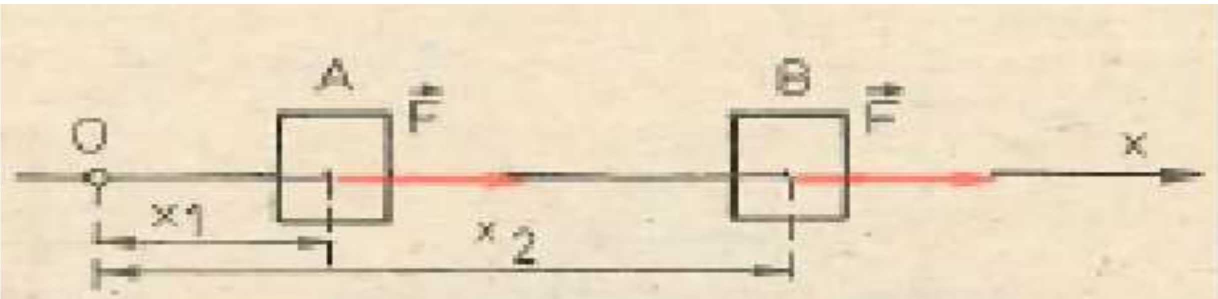
Spuneam la începutul acestui capitol că, energia și lucrul mecanic sunt mărimi fizice scalare legate între ele prin faptul că un corp care are energie poate efectua lucru mecanic și invers, un corp primește energie dacă asupra lui se efectuează lucru mecanic.

1. ENERGIA CINETICĂ

Definiție *: energia cinetică a unui corp într-un punct este o mărime fizică scalară egală cu semiprodusul dintre masa corpului și pătratul vitezei sale în acel punct.*

$$\boxed{E_c = \frac{mv^2}{2}}$$

Să presupunem că un corp se deplasează din punctul A în punctul B sub acțiunea unei forțe constante $\vec{F}$ ca în figura de mai jos :



Dacă notăm $X_2 - X_1 = d$ (deplasarea) atunci conform legii lui Galilei (pe care am făcut-o în cadrul capitolului de cinematică) putem scrie :

$$V_2^2 - V_1^2 = 2ad$$

Unde V_1, V_2 sunt vitezele corpului în punctele A și B. Dar accelerația corpului $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{m}}$ conform principiului II al mecanicii. Deci avem :

$$v_2^2 - v_1^2 = 2\frac{F}{m} \cdot d \;\; / \bullet \frac{m}{2}$$

$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = Fd$, dar Fd = L (lucrul mecanic). Deci putem scrie:

$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = L$, Dar $\frac{mv_2^2}{2} = E_{c_2}$ și $\frac{mv_1^2}{2} = E_{c_1}$ sunt energiile cinetice a corpului în punctele A și B. Deci putem scrie :

$E_{c_2} - E_{c_1} = L$ $\quad E_{c_2} - E_{c_1} = \Delta E_c$ - variația energiei cinetice a corpului între punctele A și B. Rezultă :

$$\boxed{\Delta E_c = L}$$

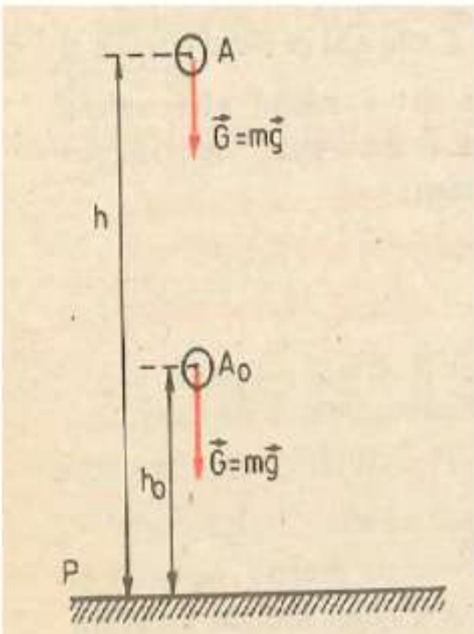
Ecuația de mai sus reprezintă expresia matematică a legii variației energiei cinetice a unui corp și a lucrului mecanic.

Enunțul teoremei variației energiei cinetice și a lucrului mecanic : *variația energiei cinetice a unui corp între două puncte A și B este egală cu lucrul mecanic efectuat la deplasarea corpului între cele două puncte A ți B*

După cum se observă din expresia matematică de mai sus unitatea de măsură a energiei cinetice este aceeași cu unitatea de măsură a lucrului mecanic. Deci atât energia cinetică cât și lucrul mecanic se măsoară în *J* (joule)

2. ENERGIA POTENȚIALĂ

Presupunem că avem un corp aflat la înălțimea h (punctul A) față de suprafața solului. Lăsat liber să cadă până la înălțimea h_0(punctul A_0) el efectuează un lucru mecanic :



$$L = mg(h - h_0)$$

Dacă corpul, în cădere liberă, poate efectua lucru mecanic înseamnă că posedă energie. Acest tip de energie care apare în câmpul gravitațional al Pământului se numește *energie potențială.* Îi spunem *”potențială”* deoarece este *”folosită”* doar în cazul în care se efectuează un lucru mecanic pe baza ei (în cazul de față prin cădere liberă).

În concluzie, un corp aflat în cțmpul gravitațional al Pământului, posedă energie prin simpla lui prezență. Se pune problema când această energie este zero.

Prin convenție, se consideră energia potențială zero la nivelul solului(h = 0).

Definiție : *energia potențială a unui corp este o mărime fizică scalară egală cu produsul dinte mărimea greutății unui corp (G =mg) și înălțimea la care se află față de sol. La nivelul solului (h = 0) energia potențială a corpului este zero.*

$$\boxed{E_p = mgh}$$

Unitatea de măsură a energiei potențiale este J (joulul) ca a oricărei forme de energie.

Dacă scriem expresia energiei potențiale în punctele A și A_0 din desenul de mai sus avem :

- Energia potențială în A (poziție inițială) este : $E_{pA} = mgh$
- Energia potențială în A_0 (poziție finală) este : $E_{pA0} = mgh_0$

Definim variația unei mărimi fizice ca diferența dintre valoarea acesteia în starea finală și valoarea ei în starea inițială. Deci variația energiei potențiale între punctele A și A_0 este :

$$\Delta E_p = E_{pA0} - E_{pA} \Rightarrow \Delta E_p = mgh_0 - mgh \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta E_p = mg(h_0 - h)}$$

Dacă scriem expresia lucrului mecanic efectuat de corp între punctele A și A_0 avem :

$$\boxed{L = mg(h - h_0)}$$

Din relațiile de mai sus putem scrie :

$$\boxed{\Delta E_p = -L}$$

Expresia de mai sus reprezintă *teorema variației energiei potențiale și a lucrului mecanic înt*re două puncte.

Enunțul teoremei variației energiei potențiale și a lucrului mecanic : variația energiei potențiale al unui corp între două puncte este egal cu lucrul mecanic efectuat de acel corp între cele două puncte luat cu semnul minus.

3. ENERGIA MECANICĂ. CONSERVAREA ENERGIEI MECANICE

Să scriem cele două legi de conservare (a energiei cinetice și a energiei potențiale) a unui corp între două puncte și să le adunăm.

$$\left.\begin{aligned}\Delta E_c &= L\\ \Delta E_p &= -L\end{aligned}\right| + \Longrightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \Longrightarrow$$

$$(E_{cAo} - E_{cA}) + (E_{pAo} - E_{pA}) = 0$$

$$E_{cAo} - E_{cA} + E_{pAo} - E_{pA} = 0 \Longrightarrow (E_{cAo} + E_{pAo}) - (E_{cA} + E_{pA}) = 0 \Longrightarrow$$

$$(E_c + E_p)_{Ao} - ((E_c + E_p)_A = 0$$

<u>Definiție</u> : suma dintre energia cinetică și energia potențială, a unui corp, într-un punct se numește <u>energia mecanică</u> a corpului în acel punct.

În cazul de mai sus cele două puncte sunt punctele A și A_0. Putem scrie

$$\boxed{E_{Ao} = E_A}$$

Expresia de mai sus reprezintă legea conservării energiei mecanice în absența forțelor de frecare.

După cum spuneam mai sus energia potențială apare doar în câmpul gravitațional al Pământului. Tot raționamentul de mai sus este valabil doar în cazul absenței forțelor de frecare. Câmpul fizic(în cazul nostru cel gravitațional) în care forțele de rezistență(frecare) lipsesc se numește *<u>câmp conservativ</u>*, iar forțele care acționează în acest câmp se numesc *<u>forțe conservative.</u>* Pe scurt câmpul se numește *<u>câmp conservativ de forțe</u>*. În consecință putem enunța legea conservării energiei într-un câmp conservativ de forțe.

<u>Enunțul legii conservării energiei mecanice într-un câmp conservativ de forțe</u> : într-un câmp conservativ de forțe energia mecanică a unui corp se conservă (rămâne constantă).

În natură nu există câmpuri conservative, o parte din energie se pierde prin frecare. În câmp neconservativ de forțe legea conservării energiei mecanice se modifică în sensul că va trebui luată în considerare și această energie care se pierde prin frecare.

4. ENERGIA MECANICĂ. CONSERVAREA ENERGIEI MECANICE ÎN CÂMP NECONSERVATIV DE FORȚE

Dacă luăm în considerare și forța de frecare teorema conservării energiei mecanice trebuie să conțină și lucrul mecanic al forței de frecare. Deci ea devine :

$$\boxed{E_f = E_i + L_{Ff}}$$

Unde prin E_f am notat energia mecanică (potențială+cinetică) finală

E_i am notat energia mecanică (potențială+cinetică) inițială

L_{Ff} am notat lucrul mecanic al forței de frecare între punctele inițial și final.

PUTEREA MECANICĂ

După cum am văzut în lecțiile anterioare un corp poate efectua lucru mecanic(spre exemplu pentru deplasarea între două puncte A și B), iar energia lui scade. Acum se pune întrebarea : ”*căt timp va putea efectua acest lucru mecanic?*”. Răspunsul care ne vine imediat este : *atâta timp cât va avea energie, sau alții vor răspunde ” atât timp cât va avea putere*”. Deci trebuie să introducem o nouă mărime fizică numită puterea mecanică.

1. **Definiție** : *puterea mecanică este o mărime fizică scalară numeric egală cu raportul dintre lucrul mecanic efectuat de un corp și intervalul de timp cât se efectuează acest lucru mecanic.*

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}}$$

Unde am notat cu L – lucrul mecanic (măsurat in J)

Δt – intervalul de timp (măsurat în secunde)

2. **Unitatea de măsură a puterii** :

$$[P]_{SI} = \frac{[L]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}}$$

$$1W(watt) = \frac{1J}{1s}$$

Wattul este acea putere dezvoltată de un corp ce efectuează un lucru mecanic de 1J(joule) în timp de 1s(secundă).

Se folosește pentru exprimarea puterii și un multiplu al wattului, adică kilowattul :

$1\ KW = 10^3\ W$

În practică, în special pentru a indica puterea unui motor, se folosește noțiunea de *cal putere* (CP). Ați auzit în mod sigur de o mașină, care are spre exemplu, 90CP(cai putere). Această unitate de măsură a fost introdusă pentru prima dată de britanici și spuneau ei că :

”un cal putere (1CP) este puterea necesară pentru a ridica o mașină cu masa de 75kg la o înălțime de 1m(metru) în timp de 1s(secundă)”

Deci acum puteți să-mi calculați, spre exemplu, câți KW are un motor de 90CP? Verificați corectitudinea calculului uitându-vă în talonul unei mașini a cărei putere este de 90CP unde puterea motorului e trecută în KW.

Acum să presupunem că suntem în cazul mișcării rectilinii și uniforme (adică corpul se mișcă în linie dreaptă și cu viteză constantă) în care corpul se mișcă sub acțiunea unei forțe constante $\vec{F}$, care acționează paralel cu direcția deplasării. Vom scrie lucrul mecanic al acestei forțe pe o distanță d sub forma L = F•d, iar puterea dezvoltată de corp pe această distanță:

$P = \frac{L}{\Delta t}$ sau $P = \frac{F \cdot d}{\Delta t}$ dar $V = \frac{d}{\Delta t}$ în mișcarea rectilinie uniformă. În acest caz putem scrie că puterea este :

$$\boxed{P = F \cdot V}$$

3. **Randamentul unui** dispozitiv *reprezintă raportul dintre lucrul mecanic util (L_{util}) efectuat de dispozitiv și lucrul mecanic consumat ($L_{consumat}$) pentru funcționarea acestuia, sau raportul dintre puterea utilă ($P_{utilă}$) și puterea consumată ($P_{consumată}$).*

Randamentul se notează cu litera grecească eta, η și se obține prin formula:

$$\eta = \frac{L_{util}}{L_{consumat}} = \frac{P_{utilă}}{P_{consumată}}$$

Observații :

a) Randamentul nu are unitate de măsură, deoarece reprezintă raportul dintre două mărimi fizice identice. Spunem că randamentul este o mărime fizică adimensională.

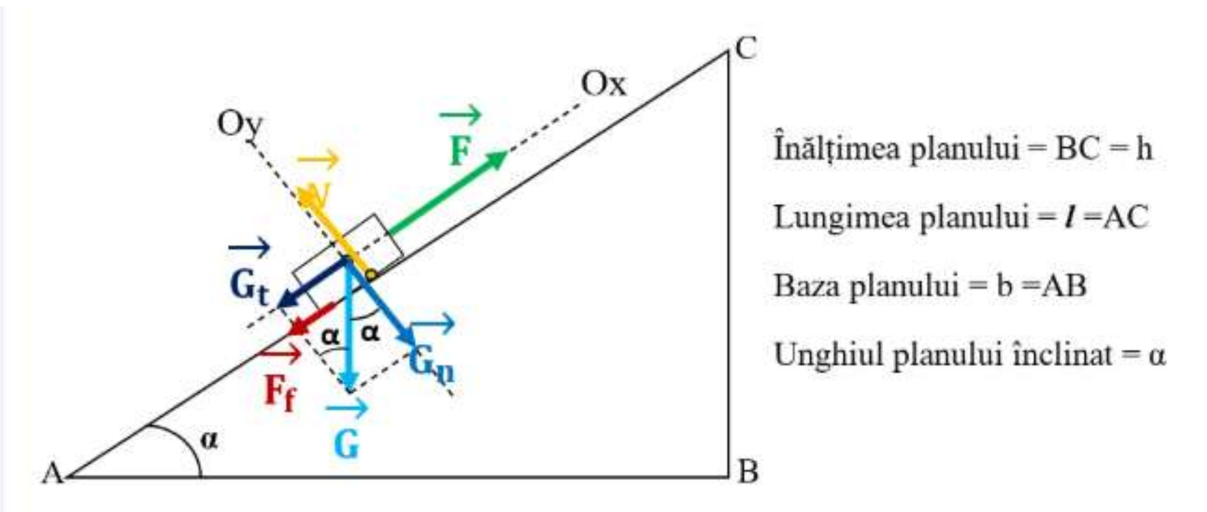
b) Valoarea randamentului este pozitivă și subunitară, adică mai mică decât 1.

c) Randamentul se exprimă sub formă de procente (%).

Randamentul planului înclinat este egal cu raportul dintre lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea uniformă a unui corp pe verticală (L_{util}) și lucrul mecanic utilizat pentru urcarea uniformă a corpului pe planul înclinat ($L_{consumat}$).

Dacă vă mai aduceți aminte planul inclinat (urcarea pe planul înclinat). Dacă urcarea are loc cu viteză constantă ($\vec{v} = 0$) putem scrie că suma algebrică a forțelor ce acționează pe lungimewa planului inclinat este zero :

$$F = G_t + F_f$$



$F = mgsin\alpha + \mu N$

$N = G_n$: $G_n = mgcos\alpha$ deci putem scrie :

$F = mgsin\alpha + \mu\ mgcos\alpha$ sau $F = mg(sin\alpha + \mu cos\alpha)$

Pentru randamentul planului inclinat putem scrie că $L_{util} = F \cdot l$; $\underline{L_{util} = mgl(sin\alpha + \mu cos\alpha)}$

și $\underline{L_{consumat} = mgh}$ deci randamentul planului inclinat este :

$$\eta = \frac{mgh}{mgl(sin\alpha + \mu cos\alpha)} \qquad \eta = \frac{h}{l(sin\alpha + \mu cos\alpha)}$$ sau

$$\eta = \frac{h}{l} \bullet \frac{1}{(sin\alpha + \mu cos\alpha)}$$, dar $\sin\alpha = \frac{h}{l}$ deci,

$$\eta = \frac{sin\alpha}{(sin\alpha + \mu cos\alpha)}$$ sau $$\eta = \frac{sin\alpha}{sin\alpha(1 + \mu\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})}$$

$$\eta = \frac{1}{(1 + \mu\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})}$$ sau $$\boxed{\eta = \frac{1}{(1 + \mu ctg\alpha)}}$$

După cum se observă din formula randamentului planului înclinat, acesta nu depinde de masa corpului ce trebuie urcată pe planul înclinat, ci doar de unghiul planului înclinat și de coeficientul de frecare dintre corp și planul înclinat. Se observă că, cu cât unghiul planului înclinat crește (evident și înălțimea lui) crește și randamentul planului...

Dacă frecarea cu planul înclinat se neglijează ($\mu = 0$) randamentul devine 1 (100%). Atunci nu mai depinde ”pe unde” urcăm corpul (pe verticală sau pe planul înclinat) la înălțimea h. Vă mai aduceți aminte de lucrul mecanic al unei *forțe conservative*? Acolo spuneam că : ”lucrul mecanic al unei forțe conservative $\vec{F}$ nu depinde de drum, *ci doar de poziția inițială și finală în care ajunge corpul.(pag. 32)*