

R1. Lucrare scrisă la matematică
Sem II

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5$. Se cere:

1p. a) $f'(x)$, $f''(x)$

4p. b) $f'(1) + f''(2) \cdot f'(-2) + f'(0)$

0,5p. c) Ec. tangentei la Gf. în $x_0 = -2$

0,5p. d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

4p. e) Determinați intervalele de monotonie

2. $f: (\mathbb{R} \setminus \{1\}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Se cere:

4p. a) $f'(x)$, $f''(x)$

0,5p. b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

4p. c) Ec. asimptotei spre $+\infty$ la Gf.

4p. d) Determinați intervalele de monotonie și punctele de extrem

0,5p. e) Ec. tangentei la Gf în $x_0 = 0$.

0,5p. f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x + 1}$

3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

0,5p. a = ?, b = ?, c = ? $a, b, c \in \mathbb{R}$ dacă

au loc: $f(1) = 3$, $f''(-2) = -4$, $f'(1) = 16$

1p. oficiu

R2. Lucrare scrisă la matematică
Sem II

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$. Se cere:

4p. a) $f'(x)$, $f''(x)$

4p. b) $f'(3) \cdot f''(-3) + f'(2) - f''(1) \cdot f'(-2)$

0,5p. c) Ec. tangentei la Gf în $x_0 = -3$

0,5p. d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

4p. e) Determinați intervalele de monotonie.

2. $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 8}{x + 1}$. Se cere:

4p. a) $f'(x)$, $f''(x)$

0,5p. b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

4p. c) Ec. asimptotei spre $+\infty$ la Gf.

4p. d) Determinați intervalele de monotonie

0,5p. e) Ec. tangentei la Gf în $x_0 = 0$.

0,5p. f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x - 1}$

3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

0,5p. a = ?, b = ?, c = ? $a, b, c \in \mathbb{R}$ dacă

au loc: $f(1) = -10$, $f'(2) = -33$, $f''(4) = 0$

1p. oficiu

OPERATII CU MATRICE

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$2) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$3) 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$4) 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$5) 4 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$6) 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$7) 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$8) 4 \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$9) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$10) \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$11) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$12) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$13) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$14) \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$15) \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$16) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$17) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$18) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$20) \begin{vmatrix} 2 & a \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$22) \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$24) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$26) \begin{vmatrix} x+1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$19) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$21) \begin{vmatrix} a & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$23) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$25) \begin{vmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 3 & -\sqrt{2} \end{vmatrix} =$$

$$26) \begin{vmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} =$$

Aplicatii ale determinantilor in geometrie

1) Se consideră punctele $A(-3; 4)$; $B(0; -2)$; $C(2; 1)$

a) Determinați ecuațiile dreptelor: AB ; BC ; AC .

b) Determinați numărul real a știind că:

1) $M(a; -2) \in AB$

2) $N(a+1; 1) \in BC$

3) $S(-1; a+2) \in AC$

c) Determinați aria $\triangle ABC$; d) Aflați perimetrul $\triangle ABC$

2) Se consideră punctele $A(2; 5)$; $B(0; -3)$; $C(-2; +3)$

a) Determinați lungimea medianei din vî. C al $\triangle ABC$.

b) Aflați ecuația medianei din vî. C al $\triangle ABC$;

c) Determinați centrul de greutate G al $\triangle ABC$;

d) Determinați aria $\triangle ABC$

e) Verificați dacă punctele A, B ; $D(-1; -1)$ sunt coliniare.

f) Determinați numărul real x știind că punctele $B; C$ și $T(x; -4)$ sunt coliniare.

Test-determinanti

1. Calculați: $\det A = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$, $\det B = \begin{vmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

(2p)

2. Fie $A(x) \in M_2(\mathbb{R})$, $A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & 3 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$

a) Calculați $\det(A(-1) - I_2)$

(1p)

b) Calculați $\det(A(1) \cdot A(2))$

(1p)

c) Aflați $x, x \in \mathbb{R}$ dacă $\det A(x) = 0$

(1p)

3. Fie $A(a) \in M_3(\mathbb{R})$, $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 3 \\ 1 & 3 & a \end{pmatrix}$

(1p)

a) Calculați $\det A(-4)$

b) Demonstrați că $\det A(a) = (a+1)(a-3)$, $(\forall) a \in \mathbb{R}$.

(1p)

c) Rezolvați ecuația $\det A(\log_3 x) = 0$

(1p)

4. Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Arătați că determinantul $\det(A^2 - 5I_2) = -16$

(1p)

1p oficiu.

Test

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+7) \cdot e^x$. Se cere $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx$

2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 10}$. Se cere $\int_1^2 f^2(x) \cdot dx$

3) Calculați: $\int (6x^2 + 4x - 2) dx$

4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

Arătați că: $\int_0^1 f(x) \cdot (x^2+x+1) \cdot dx = 2$.

5) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \geq 1 \\ 4x - 1, & x < 1 \end{cases}$

Arătați că f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

6) $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x$.

Arătați că: $\int_2^4 (f(x) - \ln x) dx = 6$.

7) Fie $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^x$ și $g(x) = (x-1) \cdot e^x$.
Verificați dacă g este o primitivă a lui f .

8) Calculați: $\int_1^2 (2x-1)^2 \cdot dx$

9) Calculați: $\int_1^3 (3x+1) \cdot (3x-1) \cdot dx$

9x1p

1p oficiu

50 minute.