1. CINEMATICA

1.1. Noţiuni cinematice de bază

Prin **mişcarea** unui corp se înţelege schimbarea poziţiei sale faţă de alte corpuri considerate „fixe”.

Repausul este un caz particular al mişcării: un corp este în repaus dacă poziţia sa faţă de alte corpuri considerate fixe nu se modifică în timp.

Reperul sau **corpul de referinţă** este corpul fix faţă de care studiem dacă alte corpuri se află în mişcare sau în repaus.

Sistemul de referinţă (S.R.) este ansamblul format din reper, riglă şi ceas.

Punctul material este un corp de dimensiuni neglijabile, dar de masă considerabilă.

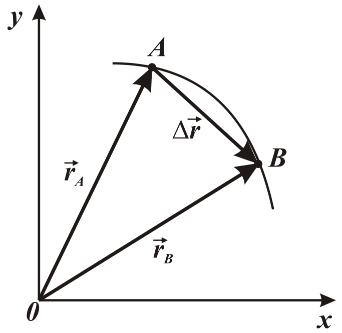
Mobilul este punctul material aflat în mişcare.

Traiectoria este linia sau curba descrisă de un mobil.

Vectorul de poziţie este vectorul care are originea în originea sistemului de coordonate şi vârful în punctul în care se găseşte mobilul la un moment dat.

$\vec{r} = \vec{r}(t)$ **- legea de mişcare**

Vectorul deplasare ($\Delta\vec{r}$) este vectorul care uneşte poziţia iniţială a punctului material cu cea finală.



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

Observaţie: lungimea traiectoriei (s) diferă de vectorul deplasare:

- mişcarea punctului material este rectilinie

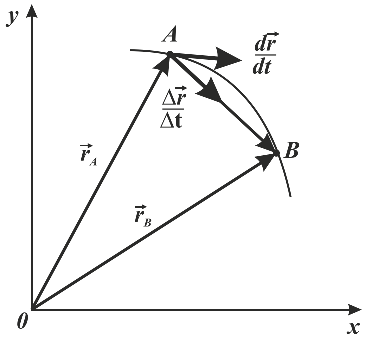
$$s = |\Delta\vec{r}|$$

- mişcarea punctului material este curbilinie

$$s > |\Delta\vec{r}|$$

1.2. Viteza. Vectorul viteză

Vectorul **viteză medie** a punctului material este vectorul numeric egal cu raportul dintre vectorul deplasare $\Delta\vec{r}$ şi intervalul de timp în care a avut loc această deplasare.



$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Vectorul viteză medie $\overrightarrow{v_m}$, fiind secant la traiectorie are direcţia şi sensul vectorului deplasare.

Vectorul **viteză momentană** sau **instantanee** este limita către care tinde viteza medie când $\Delta t \to 0$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Vectorul viteză momentană sau instantanee este tangent la traiectorie şi are direcţia şi sensul mişcării. De aceea se mai numeşte şi **viteză tangenţială**.

$$[v]_{SI} = \frac{[\Delta r]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}} = \frac{m}{s}$$

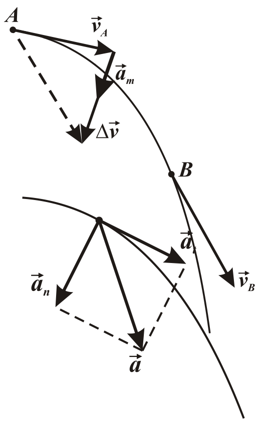
1.3. Acceleraţia. Vectorul acceleraţie

Vectorul **acceleraţie medie** este vectorul numeric egal cu raportul dintre variaţia vectorului viteză şi intervalul de timp în care s-a produs această variaţie.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta \vec{t}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Vectorul **acceleraţie momentană** sau **instantanee** este limita către care tinde raportul $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ dacă $\Delta t \to 0$.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



Vectorul acceleraţie medie are direcţia şi sensul vectorului $\Delta \vec{v}$ şi deci, în cazul mişcării curbilinii este orientat spre „interiorul traiectoriei”.

Vectorul acceleraţie momentană are două componente:

- una tangenţială la traiectorie $(\vec{a}_t)$, care apare datorită variaţiei modulului vectorului viteză;
- una perpendiculară pe traiectorie $(\vec{a}_n)$, care apare datorită variaţiei direcţiei vectorului viteză.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$[a]_{SI} = \frac{[\Delta v]_{SI}}{[\Delta t]_{SI}} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Cazuri:

a) viteza creşte

$$\left.\begin{array}{r} \vec{v}_2 > \vec{v}_1 \Rightarrow \Delta \vec{v} > 0 \\ \vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \end{array}\right| \Rightarrow \vec{a} > 0 \Rightarrow$$

mişcare accelerată

b) viteza scade

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v}_2 < \vec{v}_1 \Rightarrow \Delta\vec{v} < 0 \\ \vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\end{array}\right| \Rightarrow \vec{a} < 0 \Rightarrow$$ mişcare încetinită

c) viteza nu variază (este constantă în modul şi direcţie)

$\Delta\vec{v} = 0 \Longrightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow$ mişcare uniformă

2. DINAMICA

2.1. Principiile mecanicii newtoniene

Principiul inerţiei - Principiul I

Enunţ: Orice corp îşi păstrează starea de repaus sau de mişcare rectilinie uniformă, atâta timp cât asupra sa nu acţionează alte corpuri care să-i modifice starea mecanică în care el se află.

Inerţia este proprietatea oricărui corp de a-şi menţine starea de repaus sau de mişcare rectilinie uniformă în absenţa acţiunilor exterioare sau de a se opune (reacţiona) la orice acţiune exterioară care caută să-i schimbe starea mecanică în care el se află.

Masa este mărimea fizică scalară care caracterizează cantitativ inerţia corpurilor, fiind proporţională cu cantitatea de substanţă conţinută în corp. Masa este deci, o măsură a inerţiei corpurilor.

Principiul fundamental – Principiul al II-lea

Corpurile acţionează unele asupra altora. Spunem că ele interacţionează.

Forţa este o mărime fizică vectorială ce caracterizează interacţiunea dintre corpuri.

Enunţ: Acceleraţia imprimată de către o forţă unui corp are direcţia şi sensul forţei aplicate, fiind direct proporţională cu forţa şi invers proporţională cu masa corpului.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$[F]_{SI} = [m]_{SI}[a]_{SI} = Kg \cdot \frac{m}{s^2} = N\ (Newton)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Adică, dacă o forţă acţionează asupra unui corp, îi va produce o variaţie a vitezei acestuia sau o variaţie a impulsului.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Impulsul punctului material $(\vec{p})$ este mărimea fizică vectorială numeric egală cu produsul dintre masă şi vectorul viteză.

$$[p]_{SI} = [m]_{SI}[v]_{SI} = Kg \cdot \frac{m}{s} = Kg \cdot \frac{m}{s} \cdot \frac{s}{s} = Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s == N \cdot s$$

$$[p]_{SI} = N \cdot s$$

impuls = „cantitate de mişcare”

Principiul acţiunii şi reacţiunii – Principiul al III-lea

Enunţ: Dacă un corp acţionează asupra unui alt corp cu o forţă numită acţiune, atunci şi cel de-al doilea corp va acţiona asupra primului corp cu o forţă egală în modul şi opusă ca sens, numită reacţiune.

Observaţii:

- cele două forţe (acţiunea şi reacţiunea) se aplică (exercită) simultan;
- cele două forţe acţionează pe aceeaşi direcţie;
- cele două forţe se aplică la corpuri diferite, de mase diferite, şi de aceea efectele lor sunt diferite;
- principiul al III-lea se aplică atât la contactul direct dintre corpuri cât şi în cazul interacţiunii prin intermediul unui câmp (ex: gravitaţional).

Principiul suprapunerii forţelor – Principiul al IV-lea

Enunţ: Dacă asupra unui corp acţionează simultan mai multe forţe, fiecare forţă va imprima corpului propria sa acceleraţie în mod independent de prezenţa celorlalte forţe, acceleraţia rezultantă fiind egală cu suma vectorială a acceleraţiilor individuale.

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{R}$$

$$\vec{R} = m\sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i$$

2.2. Tipuri de forţe

Greutatea

Greutatea unui corp este forţa de atracţie exercitată de către Pământ asupra corpului.

Punctul de aplicaţie al greutăţii este în centrul corpului şi se numeşte centru de greutate.

Greutatea este orientată vertical în jos şi are direcţia razei terestre dusă până în punctul în care se află corpul.

Greutatea se manifestă indiferent de starea mecanică în care se află corpul (repaus sau mişcare).

$\vec{G} = m\vec{g}$

m = masa corpului

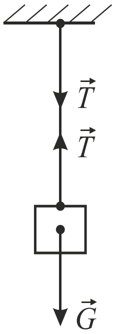
$g = 9{,}8\ m/s^2$ = acceleraţia gravitaţională terestră

Valoarea acceleraţiei gravitaţionale depinde de altitudine şi de latitudine.

$g_{Ec} < g_{Poli}$

Tensiunea din fir

Tensiunea din fir este forţa care întinde firul. Ea apare în fir atunci când se acţionează cu o forţă asupra lui sau se suspendă un corp de acesta.



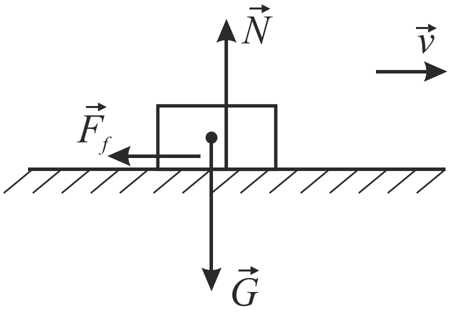
Tensiunea din fir se poate măsura tăind firul şi intercalând un dinamometru.

Nu există o formulă de calcul pentru tensiune. Aceasta se determină diferit, ţinând cont de toate forţele care acţionează în sistem.

Tensiunea din fir se introduce întotdeauna pereche, cu punctele de aplicaţie la capetele firului, egale în modul şi de sens contrar.

Forţa de frecare

Forţa de frecare este forţa care acţionează între corp şi suprafaţa de contact pe care el se deplasează şi se opune mişcării fiind orientată în sens opus vitezei corpului.



Chiar înainte de a începe alunecarea apar forţe de frecare între solide, numite forţe de frecare statică sau de aderenţă.

Forţele de frecare la alunecare sunt mai mari sau egale decât forţele de frecare statică, iar forţele de frecare la rostogolire sunt mai mici decât forţele de frecare la alunecare.

Legile frecării

1. Forţa de frecare la alunecare nu depinde de mărimea suprafeţei de contact dintre corpuri ci doar de natura acestora şi de gradul lor de prelucrare (şlefuire).

2. Forţa de frecare la alunecare este proporţională cu forţa de apăsare normală exercitată pe suprafaţa de contact.

$\boldsymbol{F_f = \mu N}$

μ = coeficient de frecare

μ depinde de natura corpurilor şi de gradul de prelucrare al suprafeţelor aflate în contact

μ < 1

μ este adimensional (nu are unitate de măsură).

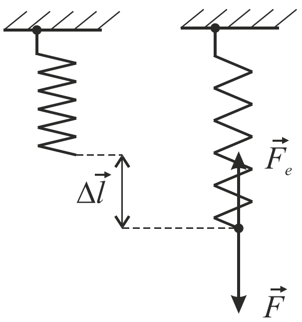
Forţa elastică

Forţă elastică este forţa care apare în corpurile deformate, fiind direct proporţională cu valoarea deformaţiei şi orientată în sens opus creşterii deformaţiei.

$\boldsymbol{\vec{F_e} = -k\Delta\vec{l}}$

k = coeficient de elasticitate

Δl = alungire



$\vec{F}_e = -\vec{F}$

$k = \frac{F}{\Delta l}$ = coeficient de elasticitate

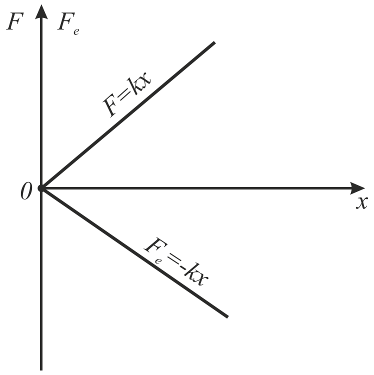
$[k]_{SI} = \frac{N}{m}$

$\Delta l = l - l_0$ = alungirea absolută

Legea lui Hooke

Alungirea absolută este direct proporţională cu forţa deformatoare, cu lungimea iniţială şi invers proporţională cu aria secţiunii transversale, coeficientul de proporţionalitate fiind inversul modulului lui Young.

$$\Delta l = \frac{1}{E}\frac{F \cdot l_0}{S} \quad sau \quad \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \quad sau \quad \sigma = E\varepsilon$$



$\sigma = \frac{F}{S}$ - efort unitar

$[\sigma]_{SI} = \frac{N}{m^2}$

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ - alungire relativă

ε este adimensională (nu are unitate de măsură)

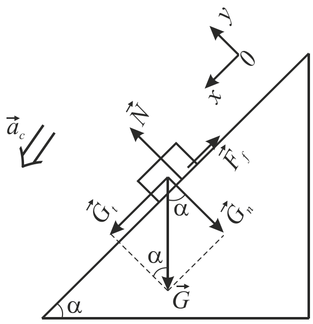
E = modulul lui Young (modulul de elasticitate longitudinal)

$[E]_{SI} = \frac{N}{m^2}$

$F = K\Delta l$ - forţa deformatoare

2.3. Mişcarea pe planul înclinat

a) Coborârea pe planul înclinat cu frecare



$(Ox): G_t - F_f = m \cdot a_c$

$(Oy): N - G_n = 0$

$G_t = G\sin\alpha = mg\sin\alpha \quad \Rightarrow$

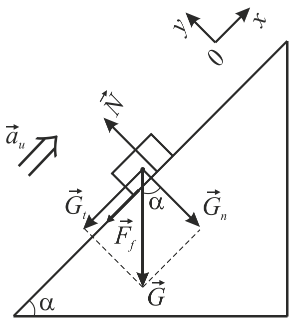
$G_n = G\cos\alpha = mg\cos\alpha$

$F_f = \mu N$

$$\Rightarrow a_c = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Dacă nu există frecare $(\mu = 0) \Rightarrow a_c = g\sin\alpha$

b) Urcarea pe planul înclinat cu frecare, în virtutea inerţiei



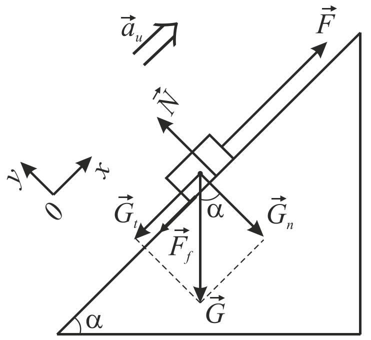
$(Ox): -G_t - F_f = ma_n$

$-mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma_n$

$$\Rightarrow a_u = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

Dacă nu există frecare $(\mu = 0) \Rightarrow\Rightarrow a_u = -g\sin\alpha$

c) Urcarea pe planul înclinat cu frecare sub acţiunea unei forţe paralelă cu suprafaţa planului înclinat



$(Ox): F - G_t - F_f = ma$

$(Oy): N - G_n = 0$

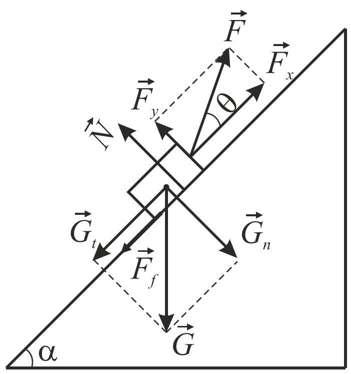
$G_t = mg\ \sin\alpha$

$G_n = mg\cos\alpha$

$F_f = \mu N$

$$\Rightarrow a_u = \frac{F - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m}$$

d) Urcarea pe planul înclinat cu frecare sub acţiunea unei forţe care face unghiul θ cu suprafaţa planului înclinat



$(Ox): F_x - G_t - F_f = ma$

$(Oy): N + F_y - G_n = 0$

$F_x = F\cos\theta$

$F_y = F\sin\theta$

$G_t = mg\ \sin\alpha$

$G_n = mg\cos\alpha$

$F_f = \mu N$

$$\Rightarrow a_u = \frac{F(\cos\theta + \mu\sin\theta) - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m}$$

3. LUCRUL MECANIC
ENERGIA MECANICĂ

3.1. Lucrul mecanic

O forţă care acţionează asupra unui corp efectuează lucru mecanic atunci când punctul ei de aplicaţie se deplasează pe distanţa d.

Dacă o forţă efectuează lucru mecanic, ea determină modificarea stării mecanice a corpului asupra căruia acţionează. Spunem că lucrul mecanic este o mărime fizică de proces.

Lucrul mecanic al unei forţe constante al cărui punct de aplicaţie se deplasează pe distanţa d este mărimea fizică scalară numeric egală cu produsul scalar dintre vectorul forţă şi vectorul deplasare.

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad sau \quad L = F \cdot d\cos\alpha \quad unde\ \alpha(\vec{F},\vec{d})$$

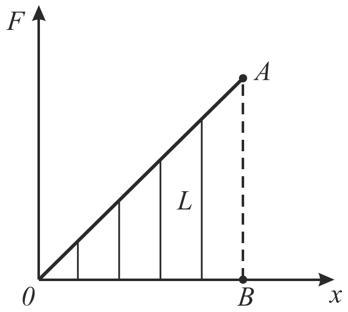
$$[L]_{SI} = [F]_{SI} \cdot [d]_{SI} = N \cdot m = J\ (Joule)$$

Un joule este lucrul mecanic efectuat de o forţă constantă de un newton al cărui punct de aplicaţie se deplasează cu un metru pe direcţia şi în sensul forţei.

Observaţii:

1. Dacă $\alpha = 0^0 \rightarrow \cos 0^0 = 1 \rightarrow L=Fd$
2. Dacă $0 < \alpha < 90^0 \rightarrow \cos\alpha > 0 \rightarrow L > 0 \rightarrow \vec{F}$ contribuie la deplasarea corpului. Spunem că este o forţă motoare.
3. Dacă $\alpha = 90^0 \rightarrow \cos 90^0 = 0 \rightarrow L = 0$
4. Dacă $\alpha = 180^0 \rightarrow \cos 180^0 = -1 \rightarrow L = -Fd$
5. Dacă $90^0 < \alpha < 180^0 \rightarrow \cos\alpha < 0 \rightarrow L < 0 \rightarrow \vec{F}$ se opune deplasării corpului. Spunem că este o forţă rezistentă.

Lucrul mecanic se poate calcula şi prin metodă grafică: este aria cuprinsă între reprezentarea grafică a forţei şi axa deplasării.



$$L = aria\ (OAB)$$

Lucrul mecanic efectuat de greutate

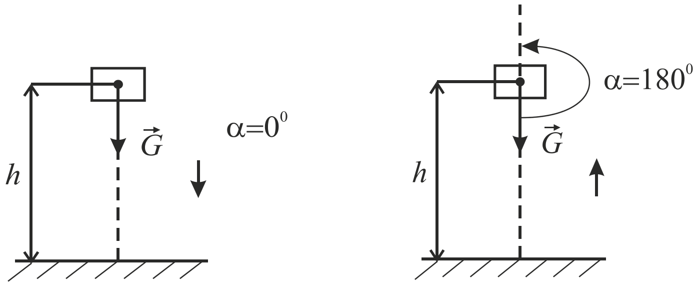
- la coborâre $L = Gh\cos 0^0 = mgh$

$L_c = mgh$

- la urcare pe verticală cu viteză constantă

$L = Gh\cos 180^0 = -mgh$

$L_u = -mgh$



Lucrul mecanic efectuat de greutate nu depinde de drumul parcurs de punctul material şi de legea mişcării acestuia, ci numai de diferenţa de nivel h dintre poziţia iniţială şi finală a punctului material.

Forţele al căror lucru mecanic efectuat nu depinde de drumul parcurs, ci numai de distanţa dintre poziţia iniţială şi cea finală, se numesc **forţe conservative**.

Ex: greutatea şi forţa elastică.

Lucrul mecanic efectuat de forţa elastică

Forţa elastică este o forţă variabilă a cărei valoare creşte odată cu deformarea. $\left(\vec{F_e} = -k\vec{x}\right)$. Prin urmare în calculul lucrului mecanic se impune luarea în considerare a unei forţe medii.

$$F_m = \frac{0 + F_{max}}{2} \qquad \alpha = 180^0 \qquad \cos 180^0 = -1$$

$$L = -F_m x = -\frac{0 + F_{max}}{2}x = -\frac{kx}{2}x = -\frac{kx^2}{2}$$

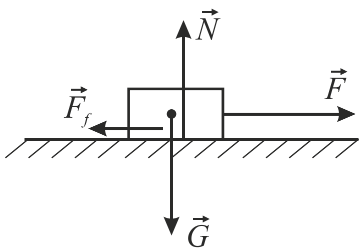
$$\boldsymbol{L = -\frac{kx^2}{2}}$$

Lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare

$L_f = F_f d \cos 180^0 = -F_f d = -\mu N d$

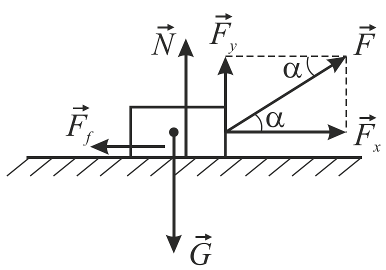
- pentru $\vec{F}$ orizontală

$$N = G = mg$$



$$\boldsymbol{L_f = -\mu m g d}$$

- pentru $\vec{F}$ care face unghiul α cu orizontala



$$N = G - F\sin\alpha$$

$$L_f = -\mu(mg - F\sin\alpha)$$

Observaţii: Forţa de frecare nu este o forţă conservativă. Ea este o forţă disipativă („consumă” din energie).

3.2. Puterea mecanică

Puterea mecanică este mărimea fizică scalară numeric egală cu raportul dintre lucrul mecanic efectuat şi timpul necesar producerii acestui lucru mecanic.

$$\boldsymbol{P = \frac{L}{t}}$$

$$[P]_{SI} = \frac{[L]_{SI}}{[t]_{SI}} = \frac{J}{s} = W\ (Watt)$$

$$P = \frac{L}{t} = F \cdot \frac{d}{t} = F \cdot v_m$$

$$\boldsymbol{P = F \cdot v_m}$$

3.3. Energia cinetică. Teorema variaţiei energiei cinetice.

Energia mecanică – mărime de stare

Energia este o mărime fizică scalară ce caracterizează starea mecanică a unui corp sau sistem fizic.

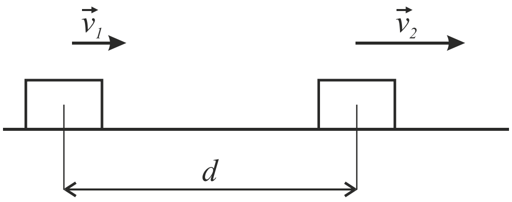
Energia caracterizează capacitatea unui corp sau a unui sistem de corpuri de a produce lucru mecanic.

$[E]_{SI} = J$

Energia cinetică este energia pe care o are un corp aflat în mişcare.

Energia cinetică a unui corp de masă m care se află în mişcare de translaţie cu viteza v, în raport cu un sistem de referinţă inerţial, este egală cu semiprodusul dintre masa corpului şi pătratul vitezei acestuia.

$$\boldsymbol{E_c = \frac{mv^2}{2}}$$



$$v_2^2 = v_1^2 + 2ad$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad \ / \ \frac{m}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{mv_2^2}{2} - \dfrac{mv_1^2}{2} = mad \\ ma = F \\ Fd = L \end{array}\right| \Rightarrow \boldsymbol{\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = L} \quad \text{teorema variaţiei energiei cinetice}$$

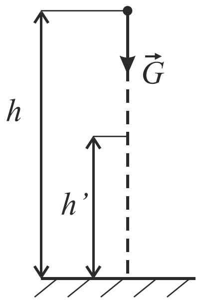
$$\boldsymbol{\Delta E_c = L}$$

Enunţ: Variaţia energiei cinetice a unui punct material care se deplasează în raport cu un sistem de referinţă inerţial este egală cu lucrul mecanic efectuat de forţa rezultantă care acţionează asupra punctului material în timpul acestei variaţii.

3.4. Energia potenţială gravitaţională şi elastică

Energia potenţială depinde de poziţiile relative ale corpurilor care formează sistemul.

Variaţia energiei potenţiale a unui sistem este egală şi de semn opus lucrului mecanic efectuat de forţele conservative care acţionează în interiorul sistemului considerat.



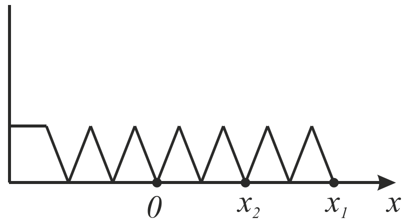
$$\boldsymbol{\Delta E_p = -L}$$

Considerăm un corp de masă *m*, aflat la înălţimea *h* faţă de suprafaţa Pământului.

Atunci când distanţa scade de la *h* la *h'*, variaţia energiei potenţiale gravitaţionale a sistemului este:

$$\Delta E_p = \left(E_p\right)_{finală} - \left(E_p\right)_{inițială} = -L_G$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta E_p = mgh' - mgh \\ h' = 0 \end{array}\right| \Rightarrow \boldsymbol{E_p = mgh}$$ energia potenţială gravitaţională



În cazul unui resort deformat, atunci când deformarea scade de la x_1 la x_2, variaţia energiei potenţiale de tip elastic este:

$$\Delta E_p = \left(E_p\right)_{finală} - \left(E_p\right)_{inițială} = -L_{F_e}$$

energia potenţială

$$\left.\begin{array}{l} \Delta E_p = \dfrac{kx_2^2}{2} - \dfrac{kx_1^2}{2} \\ x_1 = 0 \end{array}\right| \Rightarrow \boldsymbol{E_p = \frac{kx^2}{2}}$$ de deformare

3.5. Legea conservării energiei mecanice

Enunţ: Energia mecanică a unui sistem izolat aflat într-un câmp de forţe conservativ este constantă (se conservă).

$$\boldsymbol{E = E_c + E_p = constantă}$$

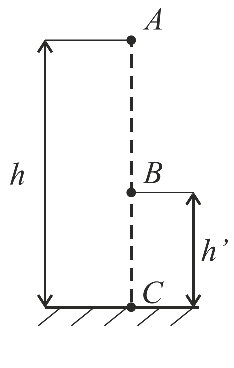
Observaţii:

- un sistem este izolat dacă rezultanta forţelor exterioare care acţionează asupra lui este nulă;

- dacă sistemul nu este izolat, variaţia energiei lui mecanice totale este egală cu lucrul mecanic al forţei externe;

- forţele neconservative sunt forţa de frecare şi forţa de tracţiune. Acestea fac să nu se conserve energia mecanică.

Conservarea energiei mecanice în timpul căderii libere



$$E_t = E_c + E_p$$

În A: $\left.\begin{array}{l} E_c = 0 \\ E_p = mgh \end{array}\right| \Rightarrow E_t = mgh$

În B: $\left.\begin{array}{l} E_c = \dfrac{mv_B^2}{2} = \dfrac{m}{2} 2g\left(h - h'\right) \\ E_p = mgh' \end{array}\right| \Rightarrow E_t = mgh$

În C: $\left.\begin{array}{l} E_c = \dfrac{mv_c^2}{2} = \dfrac{m}{2} 2gh \\ E_p = 0 \end{array}\right| \Rightarrow E_t = mgh$

Concluzie: În timpul căderii libere a unui corp în câmp gravitaţional, energia mecanică se conservă, ea păstrând aceeaşi valoare (mgh) în orice punct al traiectoriei.

3.6. Randamentul planului înclinat

În cazul planului înclinat, lucrul mecanic util este cel efectuat pentru ridicarea uniformă, fără frecare, a corpului.

$$L_u = G_t l = \left(mg\, sin\,\alpha\right) l = mgh$$

În prezenţa frecărilor, lucrul mecanic consumat pentru ridicarea corpului, la aceeaşi înălţime *h,* este:

$$L_c = mg\left(sin\,\alpha + \mu\, cos\,\alpha\right) l$$

Randamentul planului înclinat se defineşte prin raportul dintre puterea utilă şi puterea consumată:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{\frac{L_u}{t}}{\frac{L_c}{t}} = \frac{L_u}{L_c}$$

$$\left.\begin{array}{l} \eta = \dfrac{mgh}{mg\left(sin\,\alpha + \mu\, cos\,\alpha\right) l} \\ sin\,\alpha = \dfrac{h}{l} \Rightarrow h = l\, sin\,\alpha \end{array}\right| \Rightarrow \quad \boldsymbol{\eta = \frac{sin\,\alpha}{sin\,\alpha + \mu\, cos\,\alpha}}$$

$$\eta < 1$$

Cum $ctg\ \alpha = \dfrac{cos\,\alpha}{sin\,\alpha} \Rightarrow \eta = \dfrac{1}{1 + \mu\, ctg\alpha}$

Observaţie: Pentru un $sin\alpha$ dat sau calculabil $\left(sin\,\alpha = \dfrac{h}{l}\right)$, se poate calcula $cos\alpha$ folosind formula de aur a trigonometriei: $sin^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1 \Rightarrow cos\,\alpha = \sqrt{1 - sin^2\,\alpha}$